

耦合应力释放模型的原理及应用^{*}

刘 杰¹⁾ David Vere-Jones²⁾ 马 丽¹⁾
石 耀 霖³⁾ 庄 建 仓¹⁾

1) 中国北京 100036 国家地震局分析预报中心

2) ISOR, Victoria University of Wellington, New Zealand

3) 中国北京 100039 中国科学技术大学研究生院(北京)

摘要 在 Vere-Jones 提出的应力释放模型的基础上, 考虑各部分之间的相互作用, 提出耦合应力释放模型, 并将该模型应用于华北地区的历史地震目录中。采用 AIC 判别准则, 将该模型所得结果与原有的应力释放模型的结果进行对比, 结果表明, 耦合应力释放模型优于以前的模型。

主题词 耦合应力释放模型 AIC 判别准则 华北地区历史地震目录

引言

应力释放模型最早是由 Vere-Jones 于 1978 年提出的一个用于研究地震活动规律的统计模型, 该模型的物理实质是弹性回跳理论。经典的地震弹性回跳模型认为, 应力在区域内慢慢积累, 随后在地震时突然释放。在随机过程领域, 这一概念可用跳跃型 Markov 过程模拟(Knopoff, 1971)。应力释放模型就是在 Knopoff 的 Markov 模型的基础上发展起来的。Vere-Jones 和 Deng(1988)曾将该模型应用于我国华北地区的历史地震目录, 取得了一定结果。Zheng 和 Vere-Jones(1991, 1994)详细研究了该模型, 给出了完整具体的计算方法, 并将其应用到中国、日本、伊朗等国家的历史地震目录中, 取得了较好结果, 而且还对所得结果进行了详细讨论。但是, 在这些研究工作中, 他们仅考虑一个地区本身的情况, 虽然 Zheng 和 Vere-Jones(1991)在其研究中, 曾将华北地区划分成 4 个地震带, 联合起来求每个地震带上应力释放模型的参数, 但并未考虑地震带之间(或各部分之间)的相互作用, 采用的仍是简单的应力释放模型。本研究在这些研究的基础上, 在原有的应力释放模型中, 加入各部分之间相互作用对每个部分地震危险性造成的影响, 提出了耦合应力释放模型, 并应用到华北历史地震目录中, 采用 AIC 判别准则, 对各种模型所得结果进行了对比研究。

* 国家科委重点科技资助项目, 国家地震局“九五”重点项目(95-04-07-02-02)。
1997-03-25 收到初稿, 1997-08-27 收到修改稿并决定采用。

1 耦合应力释放模型

1.1 简单应力释放模型

在研究区内, 应力水平可简化为一个标量函数 $X(t)$, 其随时间的变化为

$$X(t) = X(0) + \rho t - S(t) \quad (1)$$

其中, ρ 为外部构造应力定常加载率, $S(t)$ 为该区域内在时间 $(0, t)$ 内累积应力释放

$$S(t) = \sum_{0 < t_i < t} S_i \quad (2)$$

假定应力降只与震级有关

$$S_i = 10^{0.75(m_i - m_0)} \quad (3)$$

其中, m_i 是地震震级, m_0 我们称它为归化震级, 为一常数.

模型的随机性质表现在“风险函数” $\Psi(x)$ 上, 它表示 $X(t)$ 等于 x 时的条件概率强度, 即 $\Psi(x)dt$ 是在期待时间 $(t, t+dt)$ 内地震发生率. 在泊松模型中, 无论应力为何值, 地震风险总被认为是一个常数, 但在应力释放模型中, 风险函数被假定随应力指数增加, 即

$$\Psi(x) = A \exp(d + bx) \quad (4)$$

在上述假定下作点过程分析, 关键是找到条件概率强度函数 λ , 它是统计推论、模拟和预报的基础.

$$\lambda(t, s)dt ds = \text{Prob}\{\text{到时刻 } t \text{ 为止在时间间隔 } (t, t+dt) \text{ 和应力间隔 } (s, s+ds) \text{ 内发生的地震}\} \quad (5)$$

如何求 λ , 统计上有一套严格的理论和方法, Zheng 和 Vere-Jones(1991, 1994)在其文章中有详细论述. 结论是: 在上述假定情况下, 时间和应力对 λ 的影响可分开计算. λ 随时间的变化可写成

$$\lambda(t) = \Psi[X(t)] \quad (6)$$

将式(1)、(2)和(3)代入式(4)和(6), 可得

$$\lambda(t) = \exp\{a + b[t - cS(t)]\} \quad (7)$$

其中, a , b 和 c 是参数, 它们可通过对其对数似然求极大来得到

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N(T)} \ln \lambda(t_i) - \int_0^T \lambda(u) du \quad (8)$$

其中, T 为观测时间的长度(一般假定起始时刻 $t=0$), $N(T)$ 为这段时间内发生的地震总数, t_i 为每个地震发生的时刻.

1.2 AIC 判别准则

对一种自然现象的描述, 可选用很多统计模型. 如果仅采用比较其对数似然值来选择, 必然得出参数越多越好, 但实际情况并非如此. 为解决这个问题, Akaike(1977)提出一种 AIC(Akaike 信息准则)方法来进行模型的挑选, 方法是: 假定 $\ln \hat{L}$ 是所得到的模型的对数似然值, 则

$$AIC = -2 \ln \hat{L} + 2k \quad (9)$$

其中, k 是模型中所采用的参数的个数. 对于不同模型计算的 AIC 值, AIC 值最小的模型应作为最优模型来选择. 一般说来, 如果模型的差别达到 5% 的置信水平, 这两个模型就可以选择了, 这相当于 AIC 值差别为 1.5~2.

1.3 耦合应力释放模型

从 1.1 节的论述可以看出, 简单的应力释放模型仅考虑某一地区的地震活动对该区应力水平的影响, 但在实际地震活动中, 该区周围的地震活动也会对该区应力水平产生一定影响。反过来, 它的地震活动也会对周围地区的地震危险性产生一定影响。为此, 本文提出耦合应力释放模型。为简单起见, 这里仅考虑两个地区之间的相互耦合。假定 $\lambda_1(t)$ 和 $\lambda_2(t)$ 分别为第 1 个子区域和第 2 个子区域的条件概率强度, 可表述为

$$\begin{cases} \lambda_1(t) = \exp\{a_1 + b_1[t - c_{11}S_1(t) - c_{12}S_2(t)]\} \\ \lambda_2(t) = \exp\{a_2 + b_2[t - c_{21}S_1(t) - c_{22}S_2(t)]\} \end{cases} \quad (10)$$

其中, $a_1, b_1, c_{11}, c_{12}, a_2, b_2, c_{21}, c_{22}$ 为模型的参量, 共 8 个; $S_1(t)$ 和 $S_2(t)$ 分别为第 1 个子区和第 2 个子区的累积应力释放, 计算方法同式(3)。对比式(7)和(10), 耦合作用在条件概率函数表达式中, 是通过参量 c_{12} 和 c_{21} 引入另一个区的应力释放所造成的影响来实现的。同应力函数一样, 这种设定也是一种简化。模型的参量可通过对数似然方法得到

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N_1(T)} \ln \lambda_1(t_i) + \sum_{j=1}^{N_2(T)} \ln \lambda_2(t_j) - \int_0^T [\lambda_1(u) + \lambda_2(u)] du \quad (11)$$

其中, $N_1(t)$ 和 $N_2(t)$ 分别为第 1 个子区和第 2 个子区在这段时间内发生的地震总数, t_i 和 t_j 分别是第 1 个子区和第 2 个子区的地震发生的时刻。

2 计算模型与结果

考虑到地震目录的完整性, 并参考 Zheng 和 Vere-Jones(1991)对华北地区划分方法, 当将统计模型应用于我国华北地区历史地震目录中时, 本文仅选用 1480~1996 年 $M_S \geqslant 6.0$ 地震, 区域范围在 $30^\circ \sim 42^\circ N, 105^\circ \sim 125^\circ E$ 。在进行子区域划分时, 以太行山为界, 西部地震主要是鄂尔多斯周边地区的地震(不包括祁连山地震带和甘东南的地震, 沿大华北构造块体边缘划分), 东部主要是河北平原带和郯庐带的地震。由于在随机点过程中, 每次地震均被看作是一个独立的事件, 所以, 在计算之前需要删除目录中的前震和余震, 每个地震序列仅保留其中最大一次地震。经过前震和余震的删除, 整个地区共有 65 次地震, 其中东部 33 次, 西部 32 次。在计算时, 采用以下 3 种模型。

2.1 简单应力释放模型

在整个华北地区选用简单应力释放模型, 而地震在区域上的分配采用随机分配的方法, 其计算公式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(a, b, c) = \exp\{a + b[t - cS(t)]\} \\ \ln L_1 = \sum_{i=1}^N \lambda(t_i) - \int_0^T \lambda(u) du \\ \ln L_2 = N_1 \ln \frac{N_1}{N_1 + N_2} + N_2 \ln \frac{N_2}{N_1 + N_2} \\ AIC = -2(\ln L_1 + \ln L_2) + 2 * (3 + 1) \end{array} \right. \quad (12)$$

其中, N, N_1, N_2 分别为总的、第 1 区和第 2 区的地震个数。除 a, b 和 c 三个参量外, 将地震随机分配到两个子区内也有一个参量, 共 4 个参量。

2.2 1+2 应力释放模型

在每个分区中, 独立计算其简单应力释放模型, 得到条件概率强度函数。对整个区域

的条件概率强度函数只进行简单地相加.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1(a_1, b_1, c_1) = \exp\{a_1 + b_1[t - c_1 S_1(t)]\} \\ \ln L_1 = \sum_{i=1}^{N_1} \ln \lambda_1(t_i) - \int_0^T \lambda_1(u) du \\ \lambda_2(a_2, b_2, c_2) = \exp\{a_2 + b_2[t - c_2 S_2(t)]\} \\ \ln L_2 = \sum_{j=1}^{N_2} \ln \lambda_2(t_j) - \int_0^T \lambda_2(u) du \\ \lambda(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) \\ AIC = -2 * (\ln L_1 + \ln L_2) + 2 * 3 \end{array} \right. \quad (13)$$

每个子区有 3 个参量, 整个区域共使用 6 个参量.

2.3 耦合应力释放模型

考虑两部分之间的相互作用, 其计算公式为式(10)和(11). 另外, 对耦合应力释放模型, 本文还采用了一个简化模型, 称之为对称耦合应力释放模型, 即假定两个子区域相互作用的方式相同, 在条件概率强度的表达式中即为

$$c_{12} = c_{21} \quad (14)$$

这样, 对称耦合应力释放模型仅有 7 个参量. 对这两种耦合应力释放模型, 其 AIC 值的计算公式分别为

$$\left\{ \begin{array}{ll} AIC = -2 \ln L + 2 * (4 + 4) & \text{一般耦合应力释放模型} \\ AIC = -2 \ln L + 2 * 7 & \text{对称耦合应力释放模型} \end{array} \right. \quad (15)$$

在所有的计算中, 采用归化震级 $m_0 = 5.0$. 计算结果由表 1~3 和图 1~3 给出.

表 1 简单的应力释放模型

| a | b | c | $-\ln L_1$ | $-\ln L_2$ | AIC |
|--------|----------|---------|------------|------------|--------|
| -2.462 | 0.011 28 | 0.151 3 | 195.87 | 45.05 | 489.83 |

表 2 1+2 应力释放模型

| a_1 | b_1 | c_1 | $-\ln L_1$ | a_2 | b_2 | c_2 | $-\ln L_2$ | AIC |
|-------|---------|-------|------------|-------|---------|-------|------------|--------|
| -3.46 | 0.013 2 | 0.329 | 118.13 | -3.15 | 0.015 5 | 0.284 | 117.86 | 483.97 |

表 3 耦合应力释放模型

| | a_1 | a_2 | b_1 | b_2 | c_{11} | c_{21} | c_{12} | c_{22} | $-\ln L$ | AIC |
|------------|--------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| 对称耦合应力释放模型 | -3.949 | -3.293 | 0.025 78 | 0.016 80 | 0.158 0 | 0.139 0 | 0.139 0 | 0.168 6 | 232.603 | 479.21 |
| 一般耦合应力释放模型 | -3.939 | -3.322 | 0.026 32 | 0.018 04 | 0.144 8 | 0.103 0 | 0.150 6 | 0.197 1 | 232.464 | 480.93 |

比较这 3 种不同的统计模型所得的 AIC 值, 它们之间的差值远大于 2. 这表明模型之间的差别还是较明显的. 不考虑相互作用, 采用耦合应力释放模型优于 1+2 应力释放模型, 即优于每个子区域各自计算自己的应力释放模型. 而 1+2 应力释放模型优于整个区域设定单一应力释放模型, 这表明在应用应力释放模型时, 划分区域所得结果优于整体计算的结果. 虽然郑小谷在其文章中也考虑到区域划分, 但他主要讨论划分区域后, 各种模

型(泊松模型、具有趋势项的泊松模型以及简单应力释放模型)之间的对比,并没有给出局部和整体之间 AIC 值如何进行比较(如在简单应力释放模型中,引入随机分配这个参数).

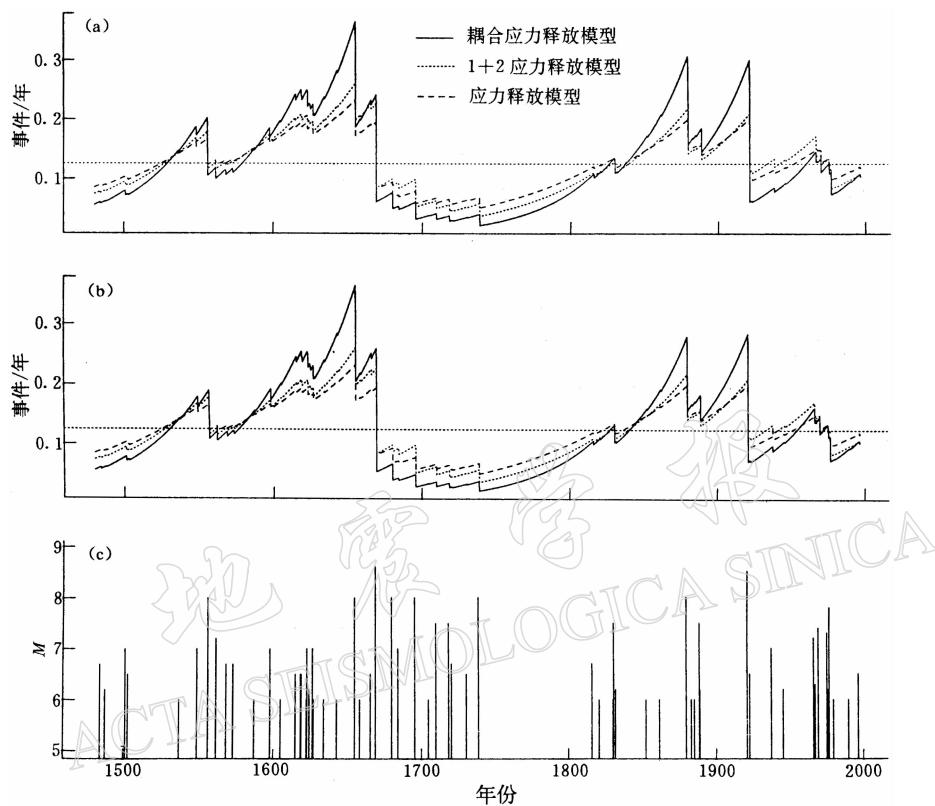


图 1 华北地区应力释放模型的条件概率强度及 M - t 图.

(a) 拟合应力释放模型; (b) 对称拟合应力释放模型; (c) M - t 图

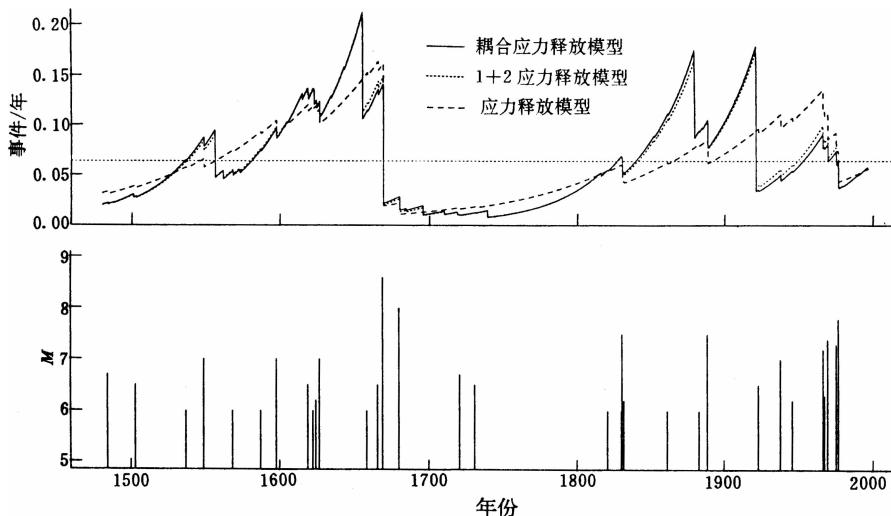


图 2 华北东部地区(第 1 子区)应力释放模型的条件概率强度(a)及 M - t 图(b)

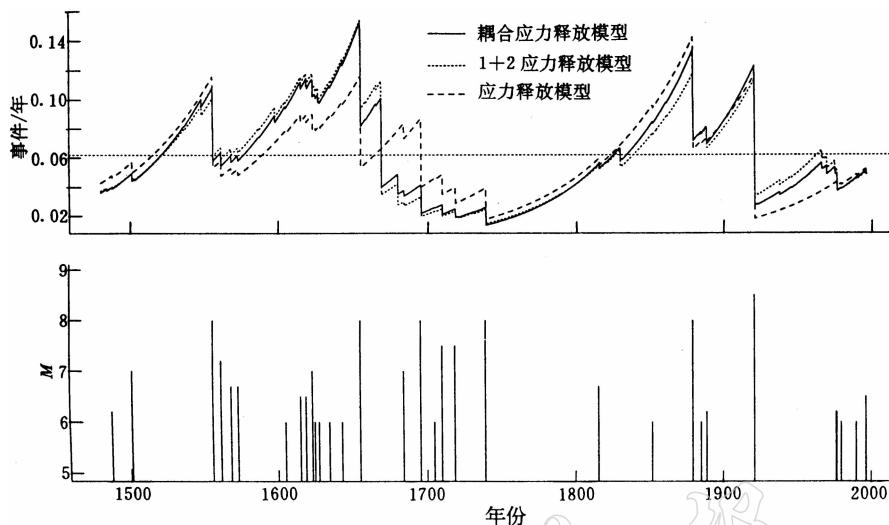


图3 华北西部地区(第2子区)应力释放模型的条件概率强度(a)及M-t图(b)

比较对称耦合应力释放模型和一般耦合应力释放模型,虽然对称模型的负对数似然值大于一般模型的值,但其AIC值却小于一般耦合模型。但由于它们的AIC值差别较小(小于2),因此,通过AIC判别模型,并不能确定对称耦合应力释放模型与一般耦合应力释放模型的优劣,虽然一般耦合应力释放模型比对称耦合应力释放模型多一个参数。

为进一步研究耦合应力释放模型,本文还将华北划分成4个子区,即东部以河北平原带为一子区,郯庐带为另一子区,地震次数分别为21和12;西部地区以山西地震带为一子区,另一子区为鄂尔多斯西边界,地震次数分别为20和12。对这两个地区,分别采用以上3种模型进行计算,比较其AIC值差别,从计算结果看,可得到相同的结论(表4)。另外,由于在华北东部和西部各自的构造环境是相似的,故可以假定其应力积累方式是相同的。因此,对耦合应力释放模型,本文还提出另外一种计算方法,即

$$\begin{cases} b_1 = b_2 \\ \text{AIC} = -2 * \ln L + 2 * 7 \end{cases} \quad (16)$$

图4给出了华北东部地区和西部地区采用该方法得到的条件概率强度曲线。比较这3种耦合模型的AIC值(表4),一般耦合应力释放模型与对称耦合应力释放模型之间的差别仍小于2;这两个模型的结果与 $b_1=b_2$ 耦合应力释放模型的结果相比,差值远大于2,表明假定两个子区的应力积累速率相同不是最好的模型。而 $b_1=b_2$ 耦合应力释放模型的结果仍然远小于1+2应力释放模型的结果,表明引入耦合项在应力释放模型中是重要的。不过,由于这两个区域进行计算时,它们的子区域中均有

表4 华北东部和西部应力释放模型的计算结果

| 分区 | 应力释放模型 | $-\ln L$ | AIC |
|------|----------------|----------|---------|
| 华北东部 | 耦合模型 $b_1=b_2$ | 126.830 | 267.660 |
| | 对称 | 116.196 | 246.392 |
| | 一般 | 114.955 | 245.909 |
| | 1+2 模型 | 136.476 | 284.952 |
| 华北西部 | 简单模型 | 139.758 | 287.516 |
| | 耦合模型 $b_1=b_2$ | 122.741 | 259.482 |
| | 对称 | 113.550 | 241.100 |
| | 一般 | 113.365 | 242.730 |
| | 1+2 模型 | 135.792 | 283.584 |
| | 简单模型 | 139.027 | 286.054 |

一个子区的地震目录较少(仅 12 条), 因此从统计角度讲, 所得结果可信度较低.

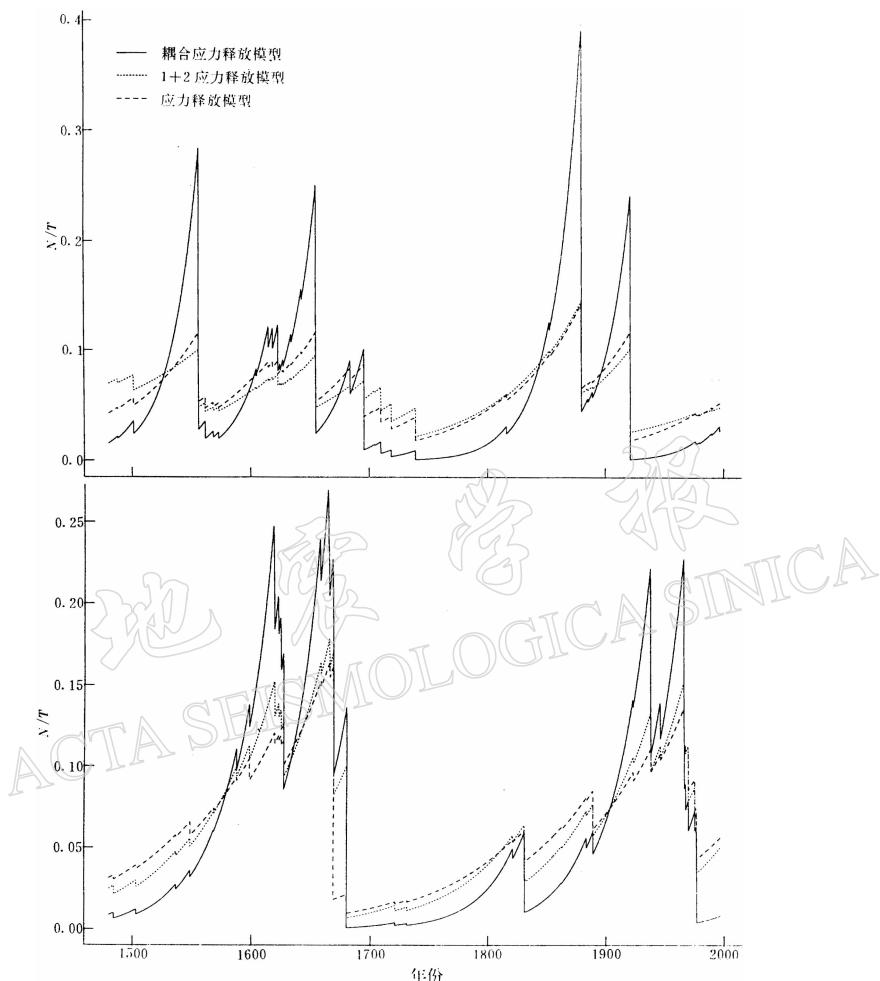


图 4 华北东部地区(a)和西部地区(b)耦合应力释放模型的条件概率强度

3 讨论与结论

应力释放模型与地震危险性评估中常用的泊松模型相比, 虽然它们都是统计模型, 但泊松模型是统计上常用的模型, 无任何物理意义; 而应力释放模型则是在地球物理模型基础上提出的一个统计模型. 郑小谷等人的工作已清楚表明, 该模型明显优于泊松模型, 而本文的工作就是在此基础上, 考虑实际地震活动的特点, 对其做了进一步发展. 从所得结果看, 还是比较满意的, 我们认为可得到如下结论:

- (1) 在应用应力释放模型时, 考虑各部分之间的相互作用是重要的, 即耦合应力释放模型优于一般应力释放模型.
- (2) 在应用应力释放模型时, 根据地震活动特点进行分区也是一个值得考虑的问题, 分区应力释放模型优于全区应力释放模型.

在 Vere-Jones(1976, 1978)提出应力释放模型时, 由于仅考虑区域内的应力积累和地

震造成的应力释放,所以,式(7)中计算条件概率强度函数 λ 时的 b 值和 c 值均大于零。从物理上看,这意味着区域应力是随时间增加而线性增加,地震发生时造成区域应力下降。同样,在耦合应力释放模型中, b_1 , b_2 , c_{11} 和 c_{22} 的值也均大于零,但是,区域间相互作用既可以降低也可以增加子区域的应力水平,所以, c_{21} 和 c_{12} 可正可负,正值表示一个子区域地震对另一子区域造成应力释放,反之,则造成应力增加。由于应力释放模型是一个统计模型,因此,通过应用该模型的计算结果,就可以判断两个子区域相互作用的整体效果。另外,如果假定 $c_{12}=c_{21}$,其物理含义是两个区域间互相作用方式和地震产生的应力释放(或增加)水平完全相同,虽然本研究未能对一般耦合应力释放模型和对称耦合应力释放模型给出明确的回答,但对称耦合应力释放模型至少不比一般耦合模型差。

归化震级 m_0 仅是用于方便计算,无物理含义,可以不用该项,但会造成计算的应力降 S 值过大(S 值也只是个相对量);另外,从式(7)和(10)可以看出,每当 m_0 降低一个震级, c 值增加 $10^{0.75}$ 倍,而 m_0 的选取与其它参数无关。

此外,我们在工作中也发现一些问题,值得讨论或做进一步工作:

(1) 从条件概率强度图上可以看出,耦合应力释放模型所得结果比起1+2应力释放模型和简单应力释放模型,显著地提高了一些主要地震(或成丛地震的起始地震)前的地震发生概率,这对利用条件概率强度进行预测是非常有用的。但另一方面,耦合应力释放模型对成丛地震中后续地震(非余震)的预测并不好。事实上,这里涉及的所有应力释放模型都存在这个问题。解决这个问题的方法,一是在应力释放模型中对条件概率强度函数做进一步改进,考虑成丛地震活动;二是进一步划分区域,将成丛地震分配到各个子区。

(2) 区域划分在应力释放模型中是较重要的,在考虑构造环境条件下,区域应尽可能小一些。但在实际问题中,由于大地震复发周期较长,在历史地震目录中,当区域过小时,地震个数较少,达不到统计计算的要求。如将华北地区划分成4个地震带,每个地震带作为一个子区域进行考虑。从得到的结果看,虽然一般(或对称)耦合应力释放模型的AIC值小于其它应力释放模型的AIC值,但从条件概率强度曲线看,并不符合实际情况,应力增长速率过快(这也是本文采用 $b_1=b_2$ 耦合应力释放模型的另一个原因)。因此,在进一步工作中,可考虑降低震级下限增大样本量;另一个方法是利用由物理模型产生的人工合成地震目录,研究应力释放模型。

本研究是由新西兰亚洲2000基金资助,在新西兰Victoria University of Wellington完成的。在工作过程中,得到郑小谷博士、David Harte博士和Ray Brownrigg博士的帮助,在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- Akaike H, 1977. On entropy maximization principle. In: Krishnaian P R (ed), *Applications of Statistics*. Amsterdam: North Holand. 27~41
- Knopoff L, 1971. A stochastic model for occurrence of main-sequence earthquakes. *Rev Geophys Space Phys*, **9**: 175~188
- Vere-Jones D, 1976. A branching model for crack propagation. *Pure Appl Geophys*, **114**: 711~726
- Vere-Jones D, 1978. Earthquake prediction —— a statistician view. *J Phys Earth*, **26**: 129~146
- Vere-Jones D, Deng Y L, 1988. A point process analysis of historical earthquakes from North China. *Earthquake Res China*, **4**(1): 8~19
- Zheng X G, Vere-Jones D, 1991. Application of stress release models to historical earthquakes from North China. *Pure Appl Geophys*, **135**: 559~576
- Zheng X G, Vere-Jones D, 1994. Futher applications of stochastic stress release model to historical earthquake data. *Tectonophysics*, **229**: 101~121