

频率细化技术在超低频/极低频 电磁信号检测中的应用*

王兰炜^{1),*} 赵家骝²⁾ 王子影¹⁾ 庞丽娜³⁾

1) 中国北京 100085 中国地震局地壳应力研究所

2) 中国北京 100036 中国地震局地震预测研究所

3) 中国北京 100036 中国地震台网中心

摘要 离散快速傅里叶变换算法在频谱分析中得到了广泛的应用, 这种算法得到的计算结果是在整个频段上的频谱信息. 在一些应用中, 需要了解的仅仅是某一窄带内的频谱精细结构, 要求频谱的分辨率较高. 而要得到一个较高分辨率的频谱, 直接采用快速傅里叶变换计算则会导致参加快速傅里叶变换运算的数据点数的增加, 从而引起计算量和存储量的急剧增大, 这样, 快速傅里叶变换算法就不能满足要求了. 本文介绍了基于复调制的频率细化技术的原理及其在超低频/极低频电磁接收机研制中的应用, 阐述了采用这种技术如何实现高分辨率频谱的计算, 并给出了理论数据和实际观测数据的计算结果.

关键词 超低频/极低频 快速傅里叶变换算法 频率细化技术 频谱

中图分类号: P315.61 **文献标识码**: A

引言

大功率、人工源超低频/极低频电磁波技术是在地表高精度地测量超低频/极低频(频率范围 0.1~300 Hz)电磁波信号. 通过在很大范围内(几百至数千公里范围)观测由远距离人工发射、经由地表和电离层之间波导传播的, 具有高稳定度的超低频电磁信号, 从而探测地下介质的电性结构. 目前, 该方法已成为当今国际地球物理学界所瞩目的一个新兴的研究领域, 并在地震预测、矿产资源勘探、核废料处理以及环境保护等方面具有广泛的应用前景(赵国泽, 陆建勋, 2003; Fraser-Smith, Bannister, 1998; 王祥书, 2001; 卓贤军, 赵国泽, 2004). 而超低频/极低频电磁接收机正是用来接收测量超低频/极低频发信台发射的单一频率的正弦波信号. 在接收机中, 对接收到的观测数据采用相关检测技术进行处理, 以获得这个单一频率的正弦波的幅度和相位信息. 其中首要问题就是要准确地估计接收信号的频率, 以便确定相关检测中需要的参考信号频率. 虽然人工源超低频/极低频发信台发射的信号频率已知, 但由于发射台的发射频率不可能非常准确, 可能会有一定的偏差, 因此, 在对接收到的信号进行相关检测之前, 首先要对信号频率进行准确地估计. 快速傅里叶变换的一个主要应用就是频谱估计. 信号频率估计越准确, 检测效果越好; 频谱

* 科技部“十五”科技攻关子课题《甚低频电磁接收机研究》(2001BA601B03-01-03)资助.

2006-06-01 收到初稿, 2006-11-14 决定采用修改稿.

* 通讯作者. e-mail: wanglw829@126.com

的频率分辨率越高,对信号频率的估计越准确.因此在频谱分析时希望得到高的频率分辨率(王兰炜,2005).

采用常规快速傅里叶变换方法分析信号的频谱,要提高频谱的分辨率,可以采取降低采样率,或者是增加数据采样时间的方法.由于采样率受到采样定理的限制,它的降低是有一定限度的.当采样率一定时,要获取高的频谱分辨率就必须对信号进行长时间的观测采样,从而导致数据量和存储空间的迅速增加,使计算速度变慢.尤其是要达到一个很高的频谱分辨率时,所需要的运算量和耗费的时间都是非常巨大的,而且实现这样大的运算量也是很困难的.

在许多应用中,例如在人工源超低频/极低频电磁信号的接收中,并不需要了解信号在整个频段上的频谱结构,而仅仅要了解信号在某一个中心频率附近较窄频段内频谱的精细分布.因此可以采取一定的方法对数据进行处理,在不降低频谱分辨率要求的条件下,计算长度较短数据序列的傅里叶变换,从而达到减少运算量和运算时间的目的.频率细化快速傅里叶变换算法是可以满足这种要求的一种实用技术,在各种频率细化快速傅里叶变换算法中,比较有效,且容易实现的是基于复调制的频率细化快速傅里叶变换方法(侯朝焕等,1990).

1 基于复调制的频率细化快速傅里叶变换算法原理

复调制的频率细化快速傅里叶变换算法能对某个较狭窄的频率范围作精细地频谱分析.它不要求增加进行傅里叶变换的数据长度,但能提高频谱分辨率数倍至数百倍.该算法是将感兴趣的一段窄带频谱搬移到零频附近,并进行低通滤波.最后,用降采样方法来放大这个频段,从而达到提高频率分辨率、频谱细化的目的(应启衍等,2001;侯朝焕等,1990).

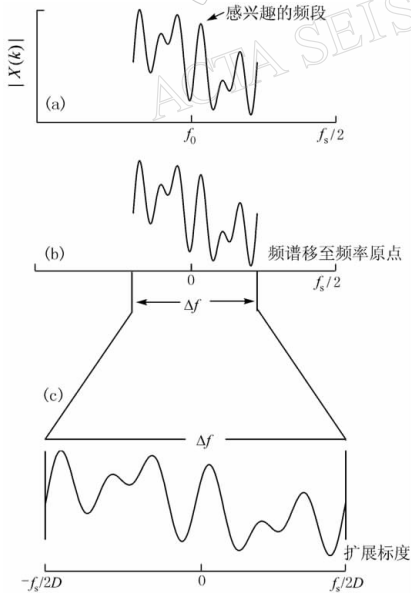


图 1 频率放大示意图

(a) 原始频谱; (b) 移频后频谱; (c) 放大后频谱

图 1c 形式. 其频谱分辨率为 $\Delta f = f_{s_n}/M = f_{s_0}/N$, 即得到的频谱分辨率与原来 N 点数据

复调制的频率细化快速傅里叶变换算法的示意图如图 1 所示. 图 1a 是输入信号的原始离散频谱. 如果我们仅对以 f_0 为中心的一个很窄的频率范围内频谱的精细结构感兴趣, 就可以采用复调制的频率细化快速傅里叶变换算法来计算. 首先采用复调制技术将要放大的频段移到频率原点 $f_0 = 0$ 处, 该频谱变成图 1b 形式; 第二步进行低通滤波, 通过低通滤波器滤除不感兴趣的频段, 只保留感兴趣的窄带时域信号, 滤波分实、虚两路进行; 第三步, 对滤波后的时域信号以较低的采样率进行抽样. 假设原有数据序列为 $x(n) (n = 0, 1, 2, \dots, N - 1)$, 其采样率为 f_{s_0} . 如共有 N 点数据, 新的采样率为 f_{s_n} , $f_{s_0} = Df_{s_n}$, D 是抽取的比例因子(抽取因子). 采样后的数据点是 $M = N/D$. 对 M 点数据进行复数傅里叶变换, 频谱就会变成

的频谱分辨率相同。这样就达到了频谱细化、提高频谱分辨率的目的。

采用复调制的细化快速傅里叶变换算法计算信号频谱时，其分辨率的提高是有一定限度的。它所能得到的最高分辨率是由观测数据长度决定的，无法高于数据的时间窗宽度的倒数。例如，对于一个采样频率为 1 000 Hz、数据长度为 1 000 点的采样序列，直接采用快速傅里叶变换的方法计算，得到的频谱分辨率为 1 Hz。如果仅仅要了解 79~81 Hz 之间的频谱结构，并且频谱的分辨率要求达到 0.1 Hz，数据长度要求为 10 000 点。直接采用快速傅里叶变换方法进行计算就要计算 10 000 点数据的快速傅里叶变换。而采用基于复调制的频率细化算法，在复调制后用 10 倍的抽取器来对数据进行降采样处理。然后再对经抽取得到的 1 000 点数据进行傅里叶变换，这时的频谱分辨率仍可达到 0.1 Hz，而只需要计算 1 000 点数据的傅里叶变换，从而降低了计算量和数据存储量。

2 频率细化的实现

2.1 频率细化算法的实现

复调制的细化快速傅里叶变换算法包括数字移频、数字低通滤波、重采样、快速傅里叶变换等处理步骤。它是通过计算一个短序列数据的傅里叶变换获得一个较高的频谱分辨率，达到降低数据存储和运算量的目的，非常有利于在测量现场对观测数据的质量进行评估。

复调制的频率细化快速傅里叶变换算法的核心是抽取器。它的主要功能是对数字信号 $x(n)$ 进行重新抽样，降低其采样率并保证信号频谱不混叠。抽取器包括数字低通滤波器(LPF)和抽样两个部分。复调制的频率细化快速傅里叶变换算法可以由图 2 所示的

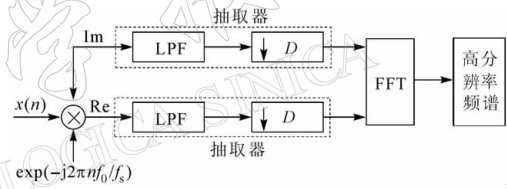


图 2 频谱细化原理框图

抽取系统来完成。它是通过对信号的复调制，把要分析的一段频谱搬到零频附近，然后进行抽取，从而在较少的点数下作谱分析，达到细化频谱的目的。图 3 是基于复调制的频率细化算法在超低频/极低频电磁接收机应用中的程序流程图。

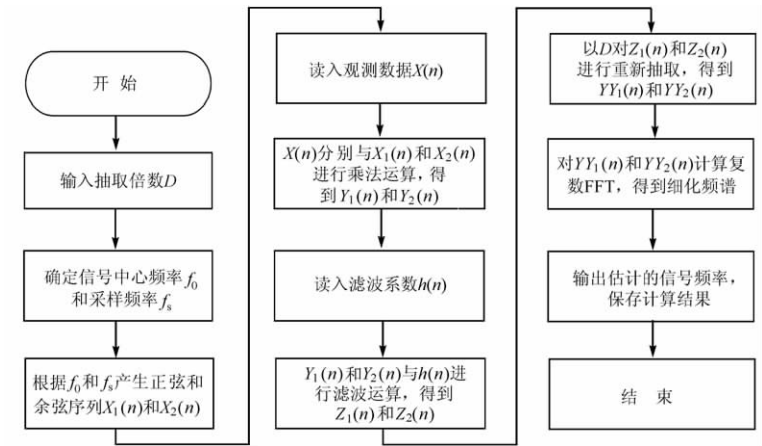


图 3 基于复调制的频率细化算法的程序流程图

2.2 抽取因子的确定

如果要细化的频率范围为 $f_1 \sim f_2$ 之间, 低频点 f_1 移至频率原点, 则高频点变为 $f_2 - f_1$. 这时数字低通滤波器的截止频率应大于 $f_2 - f_1$, 并且应小于低频重采样频率 f_s/D 的一半 (D 是抽样率), 即截止频率的范围为 $f_2 - f_1 < f_c < f_s/(2D)$. 也就是说, 当抽取器的抽取因子 A 和所要细化的频率范围确定以后, 则相应的低通滤波器的截止频率也就确定了. 此时, 最大可能的抽取因子为 $D = f_s/2(f_2 - f_1)$.

当抽取器的因子较大时, 可以采取多级抽取来实现. 采用多级抽取实现具有降低运算量、减少存储量、简化滤波器设计等优点. 假如每一级的抽取因子分别为 $D_i (i=1, 2, \dots, k)$, 则总的抽取因子为 (应启珩等, 2001)

$$D = \prod_{i=1}^K D_i \quad (1)$$

虽然多级抽取系统可以有效降低计算量和减少数据存储空间, 但这并不意味着分级越多越好. 随着分级数的增加, 系统的实现就变得比较复杂. 因此就要寻求一种最佳的分级方法, 即以每秒钟的乘法次数或存储量最少作为目标, 找出各级的最佳抽取因子, 然后合理地设计各级滤波器. 实际应用中, 系统分级数一般不超过 4 级. 从减少运算量的角度来说, 2 级抽取的效果是最明显的, 而 3 级或是 4 级的抽取效果就不是太明显; 从减少存储量的角度看, 从 2 级到 4 级都是比较明显的. 而且存储量最小的设计, 基本上也是运算量最少的结果. 因此, 通常选取 2 级的抽取系统. 对于一个 2 级的抽取, 在数据存储量最小的条件下, 抽取因子为

$$\text{第一级} \quad D_1 = \frac{2D}{2 - \Delta f + (2D\Delta f)^{1/2}}$$

$$\text{第二级} \quad D_2 = \frac{D}{D_1}$$

其中, D 为总的抽取因子, Δf 是低通滤波器的过渡带宽 (应启珩等, 2001).

3 理论仿真计算结果

采用一个理论信号, 对复调制的频率细化快速傅里叶变换方法进行的仿真模拟. 仿真时, 主要实现 A/D 转换、移频、低通滤波、抽样以及快速傅里叶变换等功能.

设信号 $x(t)$ 由频率分别为 f_1 和 f_2 , 振幅分别为 A_1 和 A_2 的两个正弦信号组成. $f_1 = 80 \text{ Hz}$, $A_1 = 1 \text{ V}$; $f_2 = 80.5 \text{ Hz}$, $A_2 = 3 \text{ V}$. 则信号 $x(t)$ 就是

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 3 \times \sin(2\pi f_2 t) \quad (2)$$

对信号 $x(t)$ 进行采样. 如果采样频率 $f_s = 1\,024 \text{ Hz}$, 采样时间 $t = 1 \text{ s}$, 采样得到数据为 1 024 点, 对数据直接进行快速傅里叶变换, 则频谱的分辨率为

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = 1\,024/1\,024 = 1 \text{ Hz} \quad (3)$$

由于 $f_2 - f_1 = 0.5 < \Delta f$, 因此, 直接采用 1 024 点数据的傅里叶变换分辨不出这两个信号频率.

当频率分辨率达到 0.1 Hz 时, 可以从频谱上分辨出这两个频率, 这样就要求数据长度最少为 10 240 点. 如果采用快速傅里叶变换方法直接计算, 参加快速傅里叶变换运算的

数据长度就是 10 240 点. 而采用频率细化技术计算频谱时, 选取抽取因子为 10, 将频谱在 79~81 Hz 范围内细化 10 倍, 这样, 频率分辨率仍是 0.1 Hz, 而参加快速傅里叶变换运算的数据长度减少到是 1 024 点, 大大降低了运算量.

仿真时, A/D 由对连续信号 $x(t)$ 的离散化来代替, 形成一个 10 240 点的数据序列 $x(k)$.

$$x(k) = \sum_{k=1}^N \sin(2\pi k f_1 / f_s) + 3 \sum_{k=1}^N \sin(2\pi k f_2 / f_s) \quad N = 10\,240 \quad (4)$$

采样完成后, 对采样信号进行移频, 通过复调制把频率 $f = 79$ Hz 搬移到零频. 用序列 $f(k) = \exp(-j2\pi k f / f_s)$ 与采样数据序列 $x(k)$ 相乘, 实现复调制的频率搬移过程. 移频后, 该信号变成一个复信号. 对这个复信号进行低通滤波, 滤掉其中的高频部分, 以避免抽样后引起的频谱混叠. 低通滤波采用 Hamming 窗的 128 阶低通滤波器, 带宽为 2 Hz, 滤波后得到 0~2 Hz 频段上的信号序列. 然后再对这个序列进行间隔 10 点的抽取, 抽样后得到 1 024 点的信号序列. 对这 1 024 点数据进行快速傅里叶变换, 就可以得到 79~81 Hz 频段上已细化 10 倍后的频谱.

图 4 是采用常规的快速傅里叶变换算法和采用频谱细化快速傅里叶变换算法计算结果的对比. 图 4a 为采用 1 024 点数据直接进行快速傅里叶变换计算, 得到的频谱结果. 从频谱图上只能看到在 80 Hz 附近有一谱峰, 而分辨不出 80 Hz 和 80.5 Hz 的信号频率. 图 4b 为采用频率细化算法计算的结果. 图 4b 清楚地显示, 经过对 79~81 Hz 频段的细化后, 虽然采用的仍是 1 024 点数据的傅里叶变换, 但是频率分辨率已经提高为 0.1 Hz, 在频谱图

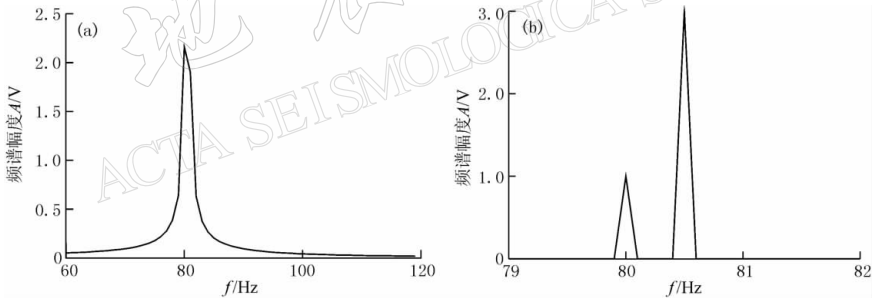


图 4 仿真数据计算结果的对比($N=1\,024$ 点)

(a) 快速傅里叶变换算法; (b) 频率细化算法

上可以有效地分辨出 80 Hz 和 80.5 Hz 的频率. 这样不仅在计算时减少了运算量, 而且数据的存储量也相应地降低了 10 倍, 由原来的 10 240 点数据变为 1 024 点.

4 实际数据处理结果

在超低频/极低频电磁接收机研制过程中, 我们在静海地震台对 80 Hz 的人工源信号进行了观测实验, 并且采用频率细化快速傅里叶变换方法对数据进行了分析处理, 取得了很好的效果. 表 1 和表 2 分别是直接采用快速傅里叶变换方法和采用频率细化方法计算的频谱结果. 表 1 和表 2 中的幅度谱是超低频/极低频电磁接收机 4 个通道观测数据的频谱计算结果, 其频谱曲线如图 5 所示. 该频谱以信号频率处的幅度进行了归一化处理.

从超低频/极低频电磁接收机的观测记录中任意选取一段数据, 接收机的采样率为

1 116 Hz, 数据段长度 10 240 点. 为了对比两种算法的计算效果, 最后进行快速傅里叶变换运算的数据点数都选择为 1 024 点.

图5a是直接采用快速傅里叶变换算法

表 1 直接采用快速傅里叶变换方法计算
观测数据的频谱

频率/Hz	幅度谱/dB			
75.20	-22.12	-21.46	-21.54	-21.55
76.29	-19.48	-19.18	-19.27	-19.27
77.38	-16.29	-16.25	-16.19	-16.19
78.47	-11.43	-11.40	-11.40	-11.40
79.56	0.00	0.00	0.00	0.00
80.65	-4.53	-4.60	-4.62	-4.62
81.74	-12.99	-12.85	-12.86	-12.85
82.83	-17.19	-16.92	-17.00	-16.98
83.92	-19.82	-19.89	-19.77	-19.75
85.01	-21.31	-22.04	-21.88	-21.83

表 2 采用频率细化方法计算观测数据的频谱

频率/Hz	幅度谱/dB			
79.00	-32.80	-32.67	-32.51	-32.51
79.11	-31.76	-31.55	-31.60	-31.60
79.22	-30.70	-30.56	-30.54	-30.55
79.33	-29.23	-29.23	-29.31	-29.31
79.44	-27.85	-27.75	-27.81	-27.80
79.54	-25.84	-25.96	-25.94	-25.94
79.65	-23.34	-23.48	-23.45	-23.45
79.76	-19.77	-19.81	-19.80	-19.80
79.87	-13.02	-13.03	-13.03	-13.04
79.98	0.00	0.00	0.00	0.00
80.09	-16.53	-16.55	-16.52	-16.52
80.20	-21.96	-22.06	-22.02	-22.02
80.31	-25.43	-25.47	-25.48	-25.48
80.42	-27.92	-28.09	-28.03	-28.03
80.53	-29.98	-30.05	-30.08	-30.07
80.63	-31.86	-31.81	-31.80	-31.81
80.74	-33.38	-33.45	-33.29	-33.30
80.85	-34.15	-34.86	-34.63	-34.63
80.96	-35.80	-35.84	-35.84	-35.83

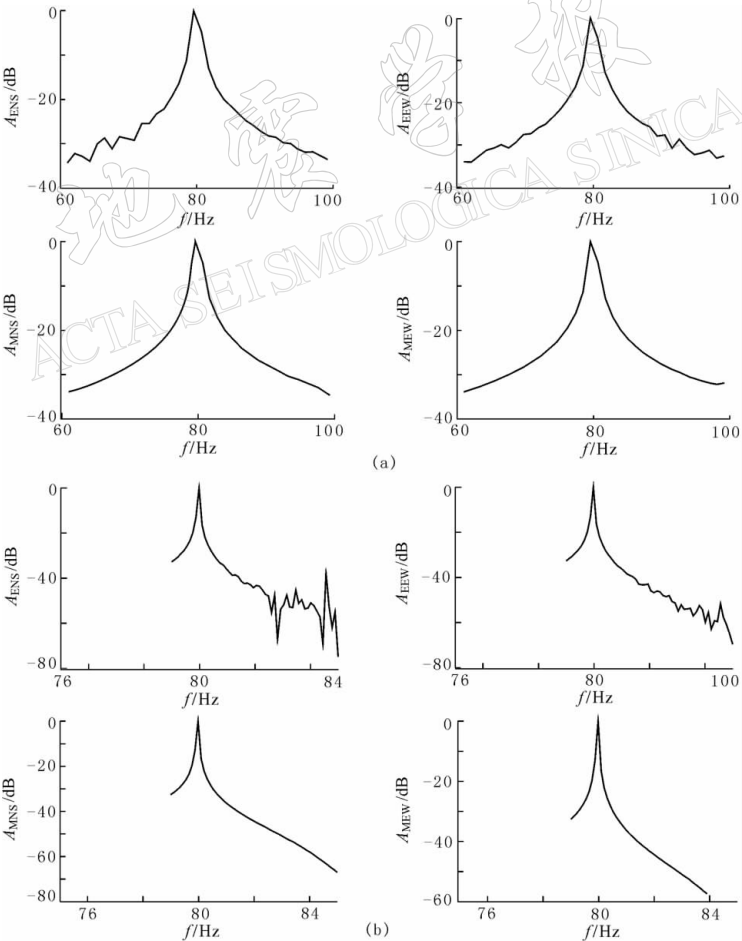


图 5 静海地震台实际观测数据计算结果的对比($N=1\,024$ 点)
(a) 快速傅里叶变换算法; (b) 频率细化算法

的计算结果. 从 10 240 点数据中连续取出 1 024 点数据, 直接进行快速傅里叶变换计算. 得到频谱的分辨率为 1.1 Hz.

图 5b 是采用基于复调制的频率细化快速傅里叶变换算法的计算结果. 首先对观测数据序列进行复调制运算. 将其信号频率 $f=79$ Hz 搬移到零频, 经过 2 Hz 低通滤波后(相当于将信号频率限制在 79~81 Hz 之间), 再进行 10 倍的抽取, 得到的数据序列长度为 1 024 点. 最后进行快速傅里叶变换计算. 这样实际参加快速傅里叶变换计算的数据点数仍为 1 024 点, 而频谱的分辨率提高了 10 倍. 频谱的分辨率变为 0.11 Hz.

从表 1、表 2 和图 5 可以清楚地看到, 虽然最终进行快速傅里叶变换计算的数据点数都为 1 024 点, 但是采用细化算法计算得到的频谱的分辨率比直接采用快速傅里叶变换方法计算的频谱的分辨率要高 10 倍, 同时也减低了数据的运算量和存储量(大约降低 10 倍).

5 讨论

1) 数据总长度. 频谱的分辨率 Δf 由采集数据总长度 N 和采样率 f_s 决定. 它与数据总长度成反比, 与采样率成正比. $\Delta f = f_s/N = 1/NT_s = 1/T$, $T = NT_s$ 是对原来模拟信号 $x(t)$ 的采样时间. 所以严格来说, Δf 反比于信号的采样时间长度, 即频谱的分辨率是由对信号的采样时间长度决定的. 采样时间越长, 数据总长度越长, 分辨能力越好. 当采样率一定时, 要达到较高的频谱分辨率, 直接进行快速傅里叶变换运算所需的数据总长度必须满足 $N \geq f_s/\Delta f$. 而使用频率细化算法可以减少参加快速傅里叶变换运算的数据量. 通过一个较少点数的快速傅里叶变换运算得到相同的分辨率. 或通过同样点数的快速傅里叶变换运算得到高的频谱分辨率. 但是频谱分辨率的提高受到数据总长度的限制, 无法高于数据的时间窗宽度的倒数.

2) 计算量的对比. 用基于复调制的频率细化算法进行 M 点的快速傅里叶变换, 它所需要的乘法运算量大约是 $(M/2)/\log_2(M)$. 而采用直接计算时就要进行 $D \times M$ 点的快速傅里叶变换, 它所要求的乘法运算量大约为 $[(D \times M)/2]\log_2(D \times M)$, 是采用频率细化算法的 $D(1 + \log_2 D/\log_2 M)$ 倍(D 一般比 M 小得多, 因此运算量大约降低 D 倍). 因此, 采用复调制的频率细化快速傅里叶变换方法计算比直接计算所要求的运算量要小得多.

3) 滤波器的通带问题. 采用复调制的频率细化快速傅里叶变换方法时, 虽然滤波器的频率特性不可能达到理想低通滤波器的频率特性, 但是应尽量地接近理想的频率特性. 即通带内应比较平坦, 这样原信号的频率特性细化后在幅值上才不会改变. 而在滤波器的通带外, 衰减越大越好, 这样就能使重新采样时的抗混叠滤波效果更好, 引起的误差就越小, 频谱细化的效果也就越好. 一般情况下, 应使滤波器的带外衰减大于 -70 dB, 以保证重采样时的抗混叠效果.

4) 使用局限性. 由于移频会使频率低于 f_1 的频率部分移到频率的负轴上, 而低通滤波又滤掉了频率高于 f_2 频率的频段, 因此, 此方法只能对某一特定频段进行细化, 而不能进行整个频段的频率细化.

参 考 文 献

侯朝焕, 阎世尊, 蒋银林. 1990. 实用 FFT 信号处理技术[M]. 北京: 海洋出版社: 216-219.

- 王兰伟. 2005. SLF/ELF 观测系统研究及应用[D]: [学位论文]. 北京: 中国地震局地质研究所: 21-31.
- 王祥书. 2001. 大地电阻率在超低频/极低频电波传播技术中的作用[J]. 地震地质, **23**(4): 574-580.
- 应启珩, 冯一云, 窦维蓓. 2001. 离散时间信号分析和处理[M]. 北京: 清华大学出版社: 365-375.
- 赵国泽, 陆建勋. 2003. 利用人工源超低频电磁波监测地震的试验与分析[J]. 中国工程科学, **5**(10): 27-32.
- 卓贤军, 赵国泽. 2004. 一种资源探测人工源电磁新技术[J]. 石油地球物理勘探, **39**(增刊): 114-117.
- Fraser-Smith A C, Bannister P R. 1998. Reception of ELF signals at antipodal distances[J]. *Radio Sciences*, **33**(1): 83-88.

APPLICATION OF ZOOM FFT TECHNIQUE TO DETECTING EM SIGNAL OF SLF/ELF

Wang Lanwei¹⁾ Zhao Jialiu²⁾ Wang Ziying¹⁾ Pang Lina³⁾

1) *Institute of Crustal and Dynamics, China Earthquake Administration, Beijing 100085, China*

2) *Institute of Earthquake Science, China Earthquake Administration, Beijing 100036, China*

3) *China Earthquake Networks Center, Beijing 100036, China*

Abstract: Discrete fast Fourier transform (FFT) has been widely applied to signal spectral analysis and can figure out the entire bandwidth spectrum of a signal. However, the fine structure of high resolution spectrum in a narrow bandwidth is required in some applications. If regular FFT is still used to figure out the high resolution spectrum, it will result in addition of data and at last sharp increase of computation and storage. Therefore, FFT is inefficient and a new method must be put forward. In the paper, the principle of zoom FFT technique based on complex modulation, its application to development of SLF/ELF receiver and how to obtain high resolution spectrum using the new technique are introduced in detail and also the theoretical and test results are presented.

Key words: SLF/ELF; FFT; zoom FFT technique; spectrum