第 42 卷　第 1 期　　地　震　学　报　　Vol. 42, No. 1
2020 年 1 月　(44-52)　　ACTA SEISMOLOGICA SINICA　　Jan., 2020

任梦，蒋道东，黄威，李雪松. 2020. 断续节理岩体中地震波响应的数值与理论分析. 地震学报，**42**(1)：44-52. doi：10.11939/jass.20190090.
Ren M, Jiang D D, Huang W, Li X S. 2020. Numerical and theoretical analyses of seismic wave response in non-persistent jointed rock mass. *Acta Seismologica Sinica*, **42**(1)：44-52. doi：10.11939/jass.20190090.

断续节理岩体中地震波响应的数值与理论分析*

任　梦[1,2,3,4,5),†]　蒋道东[1,2,4,5)]　黄　威[1,2,4,5)]　李雪松[1,2,4,5)]

1) 中国武汉 430000 中交第二航务工程局有限公司
2) 中国武汉 430000 中交公路长大桥建设国家工程研究中心有限公司
3) 中国天津 300350 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室
4) 中国武汉 430000 长大桥梁建设施工技术交通行业重点实验室
5) 中国武汉 430000 交通运输行业交通基础设施智能制造技术研发中心

摘要　为研究地震产生的应力波在断续节理岩体中的传播规律和应力分布趋势，首先，采用数值模拟方法分析应力波通过贯通节理的传播规律，并与已有理论研究结果进行对比，验证数值分析的准确性和适用性；然后，对应力波在断续节理岩体中的传播进行数值模拟，分析透射系数在水平方向的分布趋势以及不同节理连续性对波传播的影响，并结合波的衍射原理，给出定性的理论解释. 结果表明：应力波通过断续节理时，节理的透射作用会使应力波振幅减小，引起波的衰减，岩桥的衍射作用则会使波阵面由平面变为曲面，波的传播方向发生改变，从而导致应力波振幅在水平方向的分布发生变化；应力波通过断续节理的透射系数与岩桥尺寸 L_r 和衍射角 μ 相关，当衍射角比较小时，透射系数主要受岩桥尺寸 L_r 的影响，当衍射角较大时，岩桥尺寸 L_r 和衍射角 μ 共同影响应力波在岩体中的传播.

关键词　地震应力波　断续节理　数值模拟　波衍射
doi：10.11939/jass.20190090　　**中图分类号**：P315.3$^+$1　　**文献标识码**：A

Numerical and theoretical analyses of seismic wave response in non-persistent jointed rock mass

Ren Meng[1,2,3,4,5),†]　Jiang Daodong[1,2,4,5)]　Huang Wei[1,2,4,5)]　Li Xuesong[1,2,4,5)]

1) *CCCC Second Harbor Engineering Company Ltd.*, *Wuhan* 430000, *China*
2) *CCCC Highway Bridge National Engineering Research Centre Co. Ltd*, *Wuhan* 430000, *China*
3) *State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety*, *Tianjin University*, *Tianjin* 300350, *China*
4) *Key Laboratory of Large-Span Bridge Construction Technology*, *Wuhan* 430000, *China*
5) *Research and Development Center of Transport Industry of Intelligent Manufacturing Technologies of Transport Infrastructure*, *Wuhan* 430000, *China*

Abstract: In order to reveal the regulation of seismic stress wave propagation and the distribution of wave amplitude in jointed rock masses, the wave propagation across persistent joints is

收稿日期　2019-05-16 收到初稿，2019-12-18 决定采用修改稿.
† **通信作者**　e-mail：growingwild@163.com

simulated firstly, and the results are verified to be consistent with analytical results. Then, the horizontal distribution of transmission coefficient and the effect of joint persistency on wave propagation are researched by simulating seismic stress wave propagation across rock masses with a single non-persistent joint. Moreover, the theoretical analysis is proposed to explain the simulation results. The result shows that the joint segments induce wave attenuation, and rock bridges cause the change of the wave propagation direction. On the other hand, the transmission coefficient of stress wave through non-persistent joints is related to the size of rock bridge (L_r) and the diffraction angle (μ). When the diffraction angle is small, the transmission coefficient is mainly affected by the size of rock bridge; otherwise, the size of rock bridge and the diffraction angle both affect the propagation of stress wave across non-persistent joints.

Key words: seismic stress wave; non-persistent joints; numerical simulation; wave diffraction

引言

近年来，我国地震灾害频发，造成地面设施及构筑物的破坏，如公路倾覆、房屋倒塌、隧道失稳等，导致了不可挽回的人员伤亡和经济损失．地震灾害产生的强大破坏力在于其释放的巨大能量，地震发生后，其能量以应力波的形式在岩体介质中传播，对岩土体及构筑物产生动态扰动，从而对岩土体和工程结构的安全性和稳定性产生了较大的影响．通过对地震应力波在岩体中的传播规律展开研究，有助于更加准确地分析地震波在其传播过程中对不同区域的影响程度和影响范围，便于实施更为合理的防灾抗震措施，减小地震造成的多方面损失．

地震应力波传播至节理等地质构造的界面时，会发生一定程度的反射和透射现象，反射应力波和透射应力波在地层中相互叠加，造成应力波幅值的变化．应力波通过节理界面后的透射能量反映了节理构造对应力波的衰减作用，因而引起了广泛的关注，众多研究人员对此展开研究．在理论方面，Schoenberg（1980）和 Pyrak-Nolte 等（1990）推导出垂直入射的应力波通过单条线性变形节理的透射系数，Cai 和 Zhao（2000）得到了应力波在多条平行节理岩体中的透射波能量的解析解；在数值模拟方面，Jiao 等（2005）利用离散元数值（universal distinct element code，缩写为 UDEC）方法模拟应力波在节理岩体中的传播，其结果显示节理等地质构造界面在应力波传播过程中的作用相当于高频滤波器，应力波中的高频成分在通过节理界面时被滤去，从而造成应力波振动幅值的减小和振动能量的衰减．另外，节理的线性、非线性力学行为影响着通过节理后的透射波能量（Zhao *et al*，2006；Zhao *et al*，2008）．当存在多组交叉节理组的复杂分布情况时，除力学特性以外，节理的几何参数（如节理间距、个数、倾角等）同样影响着应力波通过节理界面后的振动幅值和能量（Zhu *et al*，2013）．

现有的研究主要针对节理等地质构造的界面对应力波幅值和能量产生的影响，然而，在地震应力波的影响范围内，节理等地质构造界面并非总是贯通，以节理为例，天然岩体中的节理通常在岩桥处中断，以断续的形式存在，称为断续节理．因此，除了节理界面对应力波传播的影响，节理断续的排列及其几何分布同样可能对应力波的幅值和能量产生影响，因而有必要对应力波在断续节理中的传播展开研究．

为此，本文拟利用有限元数值方法模拟贯通节理中的波传播规律，并与现有理论解进行对比验证，之后针对单条断续节理，通过数值模拟和理论分析的方法研究地震应力波通过断

续节理后的振幅和能量强度的分布规律以及节理连续性对应力波传播的影响，旨在为日后地震灾害的防护以及地震灾害频发地区的地下结构建造提供一定的理论指导.

1 地震应力波通过贯通节理的数值模拟及其理论验证

针对地震应力波在节理岩体中传播规律的研究，考虑到岩石物理、力学性质的复杂性以及节理分布的不规律性，试验研究的方法不仅费时、费力，而且会受到制样、试验方法和试验条件的限制，难以对节理的复杂分布情况进行系统分析. 相较之，数值模拟方法能够方便有效地模拟节理的各项力学性质和几何参数，是目前分析节理岩体应力波传播的一种行之有效的方法. 本文采用真实破裂过程分析(realistic failure process analysis，缩写为 RFPA)软件进行数值模拟分析. RFPA 软件是基于真实破裂过程分析方法研发的一个能够模拟材料渐进破坏的数值试验工具，其计算方法基于有限元理论和统计损伤理论，考虑了材料的非均质性、缺陷分布的随机性，并把这种材料性质的统计分布假设结合到数值计算方法中，对满足给定强度准则的单元进行破坏处理，从而使得非均质性材料破坏过程的数值模拟得以实现. 基于 RFPA 在处理非均质材料和随机不连续面方面的优越性，该软件能够有效地模拟断续节理的各项参数对应力波传播的影响. 在模拟断续节理岩体中应力波的传播规律前，首先对选用的数值模拟软件进行适用性验证. 贯通节理岩体中应力波的透射系数已有相关的理论研究成果，因此通过将贯通节理岩体中应力波传播的数值模拟结果与现有理论解进行对比，以验证 RFPA 在模拟节理岩体中应力波传播的适用性.

1.1 模型设置

应力波通过贯通节理的数值分析模型如图 1 所示，坐标原点 O 位于模型左下角. 模型宽度为 0.2 m，入射杆长度设置为 3 m，透射杆长度设置为 5 m，节理(或节理组初始位置)设置在 $z=3$ m 处. 上下边界设置为无反射边界，以消除人工边界产生的反射波对模拟结果的影响. 入射波为一个周期的正弦 P 波，频率为 1 000 Hz，振幅为 0.1 m/s. 节理前后分别布置测点 1 和测点 2，用来测量应力波通过贯通节理前后的振动幅值.

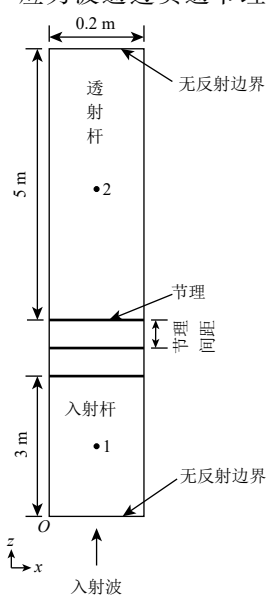

图 1 应力波通过贯通节理的数值计算模型

Fig. 1 The numerical model of stress wave propagation across persistent joints

在进行数值模拟的过程中，假定岩石材料为完全弹性材料，因为应力波在岩体中的衰减绝大部分是由于节理等地质构造界面的存在而造成(Zhu *et al*, 2013)，而且本文主要研究节理对应力波传播的影响，不考虑岩石材料对应力波造成的衰减是合理的，因此假设岩体为完全弹性，且对结果影响很小. 岩石材料的各项参数设置为：弹性模量 $E=27.878$ GPa/m，密度 $\rho=2\ 120$ kg/m^3，泊松比 $\upsilon=0.298\ 7$；节理的各项参数设置为：节理切向刚度 $K_s=30$ GPa/m，密度 $\rho=1\ 500$ kg/m^3，摩擦角 $\psi=25°$，黏聚力 $C=5$ MPa.

1.2 数值分析结果及理论验证

Schoenberg (1980) 和 Pyrak-Nolte 等(1990)运用位移非连续模型推导出垂直入射的简谐 P 波通过单条线性变形节理的透射系数为

$$T_1=\frac{2K_n}{-iZ_P\omega+2K_n} \tag{1}$$

式中：T_1 表示波通过单条节理的透射系数，K_n 表示节理法向刚度，ω 表示简谐波的角频率，Z_P 表示 P 波的波阻抗．

对于多条平行贯通节理，Cai 和 Zhao（2000）结合特征线法和位移非连续模型，得到应力波通过任意 n 条贯通节理组后的速度迭代方程：

$$\begin{aligned}v^-(n,\ j+1)=&\frac{1}{1+\frac{Z^-(n)}{Z^+(n)}+\frac{Z^-(n)}{K(n)\Delta t}}\times\left\{\frac{2Z^-(n)}{Z^+(n)}v^+(n-1,\ j)+2v^-(n+1,\ j)-v^+(n,\ j-1)-\right.\\&\frac{Z^-(n)}{Z^+(n)}v^-(n,\ j-1)-\frac{1}{K(n)\Delta t}\left[Z^-(n)v^-(n,\ j-1)-2Z^-(n)v^+(n-1,\ j)\right]+\\&\left.Z^+(n)v^+(n,\ j)-Z^-(n)v^-(n,\ j)\right\},\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}v^+(n,\ j+1)=&\frac{2Z^-(n)}{Z^+(n)}v^+(n-1,\ j)+2v^-(n+1,\ j)-v^+(n,\ j-1)-\\&\frac{Z^-(n)}{Z^+(n)}v^-(n,\ j-1)-\frac{Z^-(n)}{Z^+(n)}v^-(n,\ j+1),\end{aligned} \tag{3}$$

式中，n 和 j 为 x-t 平面内定义的两个新变量（图 2 所示），上标“＋”和“－”分别表示节理面或任一平面的前侧和后侧，Z 表示波阻抗（Z＝密度×波速），v 表示波速，K 表示节理刚度．

在已知模型左侧边界的速度边界条件 $v^-(0,\ j)$ 以及初始速度边界条件 $v^-(n,\ 0)$ 和 $v^+(n,\ 0)$ 的情况下，对式（2）和式（3）进行迭代运算，然后将得到的透射波振幅与入射波振幅相比即可得到含 n 条节理的贯通节理组对应的透射系数．

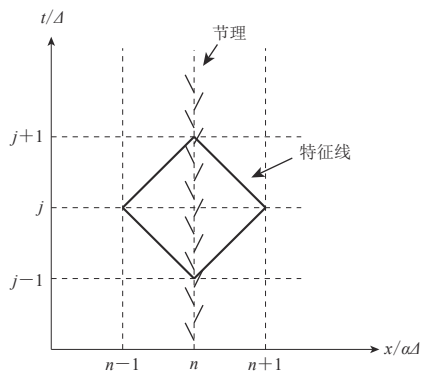

图 2　在 x-t 平面上特征线相交于 j 和 n（引自 Cai，Zhao，2000）

图中 j 和 n 取整数，α 表示波速，Δ 表示一定时段

Fig. 2　Characteristics conjunction points at integer values of j and n in the x-t plane (after Cai, Zhao, 2000)

j and n are integer, α is velocity, Δ is time interval

利用有限元数值分析软件 RFPA 模拟不同节理法向刚度下应力波通过单条贯通节理前后的透射系数，并将数值分析结果与式（1）得到的理论结果进行对比，结果如图 3 所示，可见：透射系数 T_1 随节理法向刚度 K_n 单调递增，且数值模拟结果与已有理论解基本吻合，由此可以得出 RFPA 适用于研究节理的力学特性对应力波传播的影响．

当存在节理组时，利用 RFPA 模拟不同节理间距 d 的情况下应力波通过节理组前后的透射系数，此时节理法向刚度设为固定值 50 GPa/m．定义无量纲节理间距 ξ 为节理间距与入射波波长的比值（$\xi=d/\lambda$），数值模拟结果表示为无量纲节理间距 ξ 与应力波通过 n 条节理的透射系数 T_n 的关系，并与 Cai 和 Zhao（2000）所得理论结果进行对比，结果如图 4 所示．可以看出：当节理间距较小时，透射系数随节理间距的增大而增加，这是由于节理间距较小时，应

力波在平行节理间的透反射现象比较显著；当节理间距大于某一临界值时，透射系数随节理间距的增大而不断减小直至趋于稳定，此时，应力波在节理间的透反射现象对透射系数不起作用．另外可见，数值模拟结果与理论解基本吻合，由此可得利用 RFPA 进行数值模拟能够准确地反映出节理间应力波透反射现象对波传播的影响．

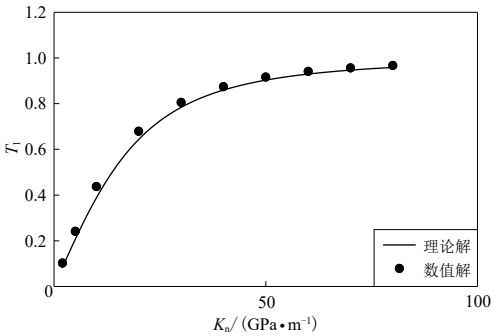

图 3 波通过单条节理的透射系数 T_1 与节理法向刚度 K_n 的关系

Fig. 3 Transmission coefficient T_1 *versus* normal stiffness of joints K_n for normally incident wave transmission across a single joint

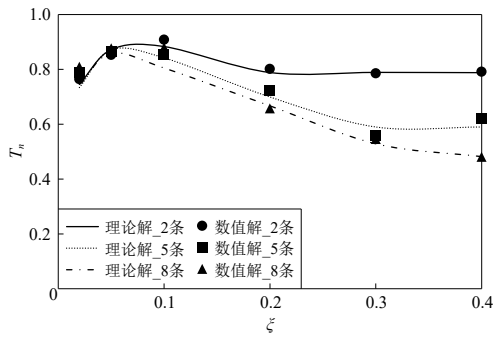

图 4 波通过节理组的透射系数 T_n 与无量纲节理间距 ξ 的关系

Fig. 4 Transmission coefficient T_n *versus* nondimensional joint space ξ for normally incident wave transmission across joint set

2 地震应力波通过断续节理岩体的数值模拟

根据不同的发育程度和发育形态，天然岩体中同时含有贯通节理和断续节理，如图 5 所示（Wasantha *et al*，2014），断续节理是处于同一平面且相隔有岩桥的一系列非连续面，由长度为 L_j 的节理和长度为 L_r 的岩桥组成．当节理以断续形式存在时，应力波的传播形式将更加复杂，不仅需要考虑节理段界面对应力波的衰减作用，还不能忽略应力波的波动特征，例如通过岩桥时的衍射现象．本节将针对单条断续节理，分析应力波的振幅变化和分布形式，并考虑其连续性对波传播的影响．定义节理连续性为

$$k=\frac{L_j}{L_j+L_r}, \tag{4}$$

式中，L_j 表示节理段的长度，L_r 表示岩桥的长度．节理连续性 k 能够整体客观地反映岩体中单条断续节理的排列情况．

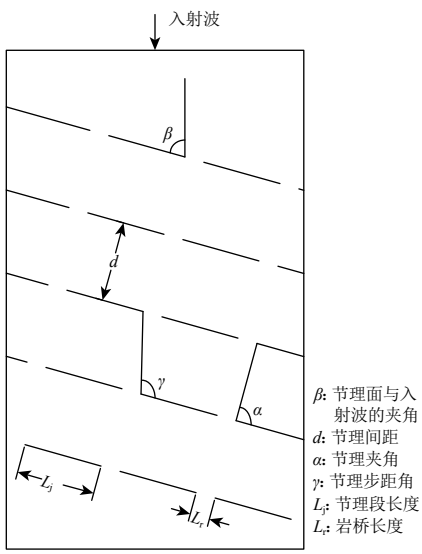

图 5 断续节理岩体示意图

Fig. 5 The sketch of non-persistent jointed rock mass

2.1 模型设置

应力波通过单条断续节理的数值分析模型如图 6 所示．坐标原点 O 位于模型左下方．含节理的岩体长为 12 m，高为 15 m．入射 P 波从下表面垂直入射，其波形采用一个

周期的正弦波，振幅为 0.1 m/s，频率为 500 Hz．上下边界均设置无反射边界条件，以避免人工边界造成波的反射对结果造成干扰．然而，RFPA的无反射边界条件不能完全避免波在人工边界处的反射，为了保证结果更加精确，对含节理的岩体模型四周进行扩大，通过增大模型和延长边界处的反射波与入射波、透射波的时间差，以此来减少反射波的干扰．

假定岩石材料为完全弹性，因岩石材料本身对应力波造成的衰减较小，且本文主要研究节理对应力波传播的影响，故不考虑岩石材料的影响是合理的．岩石材料的各项参数设置为：密度为 2 120 kg/m^3，泊松比为 0.298 7，弹性模量为 27.878 GPa/m；节理的各项参设置为：密度为 1 500 kg/m^3，摩擦角为 25°，黏聚力为 5 MPa，法向刚度为 20 GPa/m，切向刚度为 30 GPa/m．

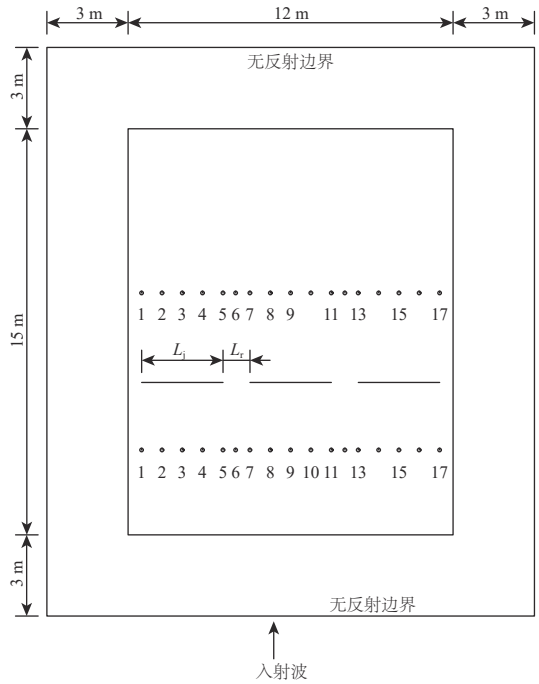

图 6　波在断续节理岩体中传播的数值模型

Fig. 6　The numerical model of wave propagation across non-persistent jointed rock mass

分别在节理前后相同水平位置设置测点，具体的测点布局见图 6．透射系数 $|T|$定义为节理后与节理前相同标号的测点的振幅之比．每个测点的透射系数是透射波和衍射波叠加的结果．

2.2　模拟结果

由于断续节理的存在，模型在横截面方向表现出非连续、非均质的特性，此时，透射系数在横截面方向的分布具有重要的研究价值．图 7 所示为不同连续性条件下 P 波的透射系数

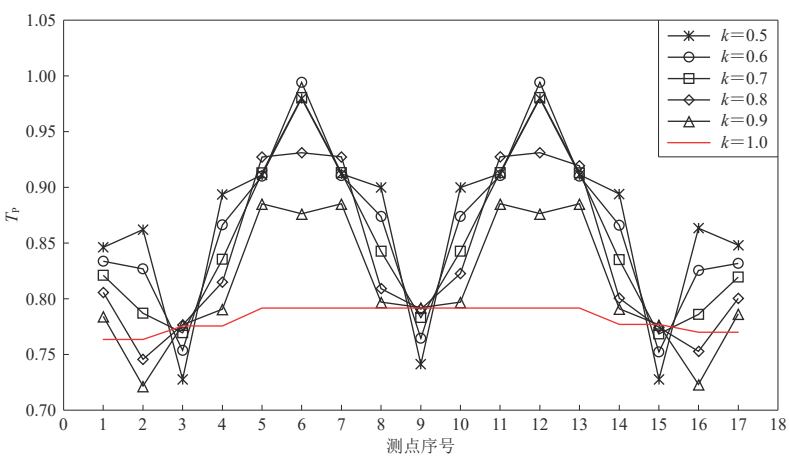

图 7　针对不同节理连续性 k 情形时透射系数 T_P 的水平分布规律

Fig. 7　The horizontal distribution of transmission coefficient T_P for different persistency k

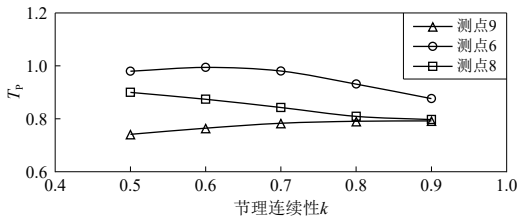

图 8 不同测点处 P 波的透射系数 T_P 与节理连续性 k 的关系曲线

Fig. 8 The transmission coefficient T_P of P wave *versus* joint persistency k at different measuring points

T_P 沿水平方向不同测点的分布情况. 结果表明, 应力波通过断续节理的透射系数在水平方向非均匀分布, 在测点 6 (或 12) 所处位置到达峰值, 在测点 9 所处位置跌至谷值, 其中峰值点均对应于岩桥中部, 而谷值点对应于节理段中部. 另外, 断续节理的连续性越大, 透射系数在水平方向的波动越平缓, 当连续性等于 1, 即节理变为贯通节理时, 透射系数沿水平方向均匀分布.

从图 7 可以看出, 由于节理段和岩桥的周期排列, 透射系数在水平方向同样呈周期性波动, 因此, 只需选择一个循环周期对应的测点进行详细分析即可. 选择岩桥对应的测点 6 和节理段对应的测点 8 和 9 进行分析, 图 8 所示为节理连续性对所选测点透射系数的影响, 可见, 测点 6 和 8 的透射系数随连续性的增加而不断减小, 相反地, 测点 9 的透射系数随连续性的增加而不断增大.

3 地震应力波通过断续节理岩体的理论分析与讨论

3.1 理论推导

应力波通过断续节理后的分布情况实际上是多处岩桥引起的衍射波相互干涉的结果 (Francon, 1986). 首先, 单独选取一个岩桥进行波的衍射分析, 示意图如图 9 所示, MN 表示岩桥, O 为岩桥中点, P 为断续节理后的任意一点.

假定入射波传播至断续节理时, 节理段不会对岩桥 MN 之间的波产生干扰, 也就是说, MN 上任一点的振动情况与入射波仅有相位上的改变, 则 MN 上任一点的波可以表示为

$$\boldsymbol{U}=A\boldsymbol{a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi_0)}, \tag{5}$$

式中: A 表示入射波振幅, φ_0 表示断续节理处波阵面的相位, $\boldsymbol{a}$ 表示波传播的单位方向向量.

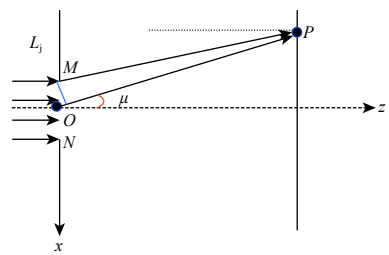

图 9 地震应力波通过断续节理时的衍射理论推导示意图

Fig. 9 Schematic diagram of theoretical derivation about seismic stress wave transmitting through nonpersistent joints

波通过断续节理之后在任一点 P 的振动是岩桥 MN 上每个质点作为新的点波源传播至 P 点的子波的叠加. 在 MN 之间任取一质点 S, S 点传播至 P 点的波可以表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{u}=A\boldsymbol{a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi_0+\varphi)}, \tag{6}$$

式中, $\varphi=2\pi l_{SP}/\lambda=kl_{SP}$, l_{SP}是从 S 点到 P 点的波程.

考虑到$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\varphi_0)}$对于 MN 上的任一点均相同, 因此省略这一因数. 同时为简化分析, 将 MN 的中点 O 传播至任一 P 点的相位 φ 设定为 0, 则 MN 上任一点 S 传播至 P 点的波与 O 点传播至 P 点的波存在$\varphi=l_{SP}-l_{OP}=\mu x$的波程差($\mu$ 为 OP 与 z 轴的夹角), 任一点 S 传播至 P 点的波可以表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{u}=A\boldsymbol{a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\mu x}\mathrm{d}x, \tag{7}$$

在 MN 区域内积分，可得

$$\boldsymbol{U}=A\int_{MN}\boldsymbol{a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\mu x}\mathrm{d}x, \tag{8}$$

式中，$\boldsymbol{a}$ 表示波传播的单位方向向量．当 μ 较小时，可以忽略波传播的方向对干涉结果的影响，积分变为

$$U=A\int_{MN}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k\mu x}\mathrm{d}x=AL_{\mathrm{r}}\frac{\sin\left(\dfrac{k\mu L_{\mathrm{r}}}{2}\right)}{\dfrac{k\mu L_{\mathrm{r}}}{2}}. \tag{9}$$

式(9)是针对应力波在一处岩桥发生衍射的简单分析，分析中未考虑节理的透射作用，同时未考虑多组岩桥的相互作用，因此，式(9)仅可对数值模拟结果进行定性分析．

3.2　讨论

式(9)所示的理论公式表明，应力波通过岩桥后在任一点的振动幅值会受岩桥尺寸 L_{r} 和衍射倾角 μ 的共同影响．基于此，可以更好地解释图 7 和图 8 中所示的变化趋势．

岩桥中点对应的测点 6 位于岩桥衍射波的中轴线位置，衍射角为 0°，衍射波能量最大，因此图 7 中测点 6 对应的透射系数最大，而节理中部的测点 9 所对应的衍射角最大，投影到竖直方向的衍射波能量最小，因此图 7 中测点 9 对应的透射系数最小．当节理连续性 k 固定时，岩桥尺寸 L_{r} 不变，从测点 6 到测点 9，衍射角不断增大，因此，在图 7 中可以看到透射系数沿测点 6 至测点 9 逐渐减小．

对于同一测点，当节理连续性增加时，岩桥尺寸 L_{r} 减小的同时，衍射角也在改变．因此图 8 所示不同测点的透射系数随节理连续性的变化趋势不同：对于岩桥中部的测点 6，其衍射角一直为 0°，节理连续性增大导致岩桥尺寸 L_{r} 减小，从而引起测点 6 透射系数的减小；而对于节理中部的测点 9，节理连续性的增加引起岩桥尺寸 L_{r} 的减小和测点 9 衍射角的增加，二者共同作用，导致测点 9 的透射系数呈增加趋势．

4 讨论与结论

岩体中广泛存在的节理对应力波的传播有至关重要的影响，深入探究应力波在节理岩体中的传播规律，有利于更好地了解地震产生后其能量的传播方式和强度分布范围，从而为地震预防圈划出重点关注区域．本文通过数值模拟和理论分析，讨论了应力波通过断续节理后的分布方式，以及断续节理连续性对应力波透射系数的影响，所得结论如下：

1）断续节理对应力波传播的影响体现在两个方面：一方面是节理的高频滤波作用，导致波振幅的减小，引起波的衰减；另一方面是岩桥的衍射作用，导致波阵面由平面变为曲面，波的传播方向发生改变，从而使得应力波幅值在水平方向的分布发生变化．

2）应力波通过断续节理的透射系数与岩桥尺寸 L_{r} 和衍射角 μ 相关，当衍射角比较小时，主要受岩桥尺寸 L_{r} 的影响，而当衍射角较大时，二者共同影响应力波在岩体中的传播．

3）由于断续节理的存在，应力波在岩桥后方的振动幅值明显大于节理后方的振动幅值，这样显著的强度差异提示我们：当断续的地质构造界面存在时，地震防护措施应重点关注地质构造界面的不连续处．此外，不可忽视的应力波衍射作用，导致通过断续节理的应力

波幅值大于不考虑节理断续时的应力波幅值，这说明，当地质构造界面不连续时，地震发生后扩散传播的应力波能量更大，相应的地震防护标准需提高.

参 考 文 献

Cai J G, Zhao J. 2000. Effects of multiple parallel fractures on apparent attenuation of stress waves in rock masses[J]. *Int J Rock Mech Min Sci*, **37**(4): 661–682.

Francon M. 1986. Recent developments in monochromatic birefringent filters[G]//*Trends in Quantum Electronics*. Heidelberg: Springer: 93–98.

Jiao Y Y, Fan S C, Zhao J. 2005. Numerical investigation of joint effect on shock wave propagation in jointed rock masses[J]. *J Test Evaluat*, **33**(3): 197–203.

Pyrak-Nolte L J, Myer L R, Cook N G W. 1990. Transmission of seismic waves across single natural fractures[J]. *J Geophys Res*, **95**(B6): 8617–8638.

Schoenberg M. 1980. Elastic wave behavior across linear slip interfaces[J]. *J Acoust Soc Am*, **68**(5): 1516–1521.

Wasantha P L P, Ranjith P G, Xu T, Zhao J, Yan Y L. 2014. A new parameter to describe the persistency of non-persistent joints[J]. *Eng Geol*, **181**: 71–77.

Zhao J, Zhao X B, Cai J G. 2006. A further study of P-wave attenuation across parallel fractures with linear deformational behaviour[J]. *Int J Rock Mech Min Sci*, **43**(5): 776–788.

Zhao X B, Zhao J, Cai J G, Hefny A M. 2008. UDEC modelling on wave propagation across fractured rock masses[J]. *Computers Geotechn*, **35**(1): 97–104.

Zhu J B, Deng X F, Zhao X B, Zhao J. 2013. A numerical study on wave transmission across multiple intersecting joint sets in rock masses with UDEC[J]. *Rock Mech Rock Eng*, **46**(6): 1429–1442.