



significant effect on the scattering of SH waves around an inclusion in half-space. When the variation coefficient of inclusion radius is equal to 0.1, for an inclusion of circular shape, the variation coefficient of surface displacement amplitude may be up to 0.71. The variation coefficient increases as the incident frequency increases. The variation coefficient increases as the inclusion rigidity decreases. The variation coefficient decreases as the inclusion depth increases.

**Key words:** underground inclusion; cross-section shape; plane SH waves; scattering; wave function expansion method; semi-analytical solution; Monte Carlo method

## 引言

地表附近的局部夹塞对地震动的影响一直是地震工程中比较引人关注的课题之一. Pao 和 Mow(1973)采用波函数展开法开创性地给出了全空间中圆形夹塞对平面波散射的解析解. Dravinski(1983)采用边界积分法研究了半空间中多个夹塞对弹性波的放大作用. Wong 等(1985)采用杂交有限元和特征函数展开法研究了半空间中椭圆夹塞对平面波的散射. 袁晓铭(1996)采用波函数展开法给出了半空间中圆形夹塞对 SH 波散射的解析解, 对全空间解(Pao, Mow, 1973)进行了拓展. Manoogian 和 Lee(1996)采用波函数展开法结合加权残值法给出了半空间中任意形状截面夹塞对 SH 波散射的解. 刘殿魁和田家勇(1999)采用格林函数法求解全空间中界面圆形弹性夹杂对 SH 波的散射. 袁晓铭和孙锐(2000)分析了饱和砂土透镜体(夹塞)液化对建筑物地震反应的影响. 梁建文等(2009a, b)和张炳政等(2010)采用有限元法结合人工边界研究了透镜体(椭圆形夹塞)对地震动的线性和非线性放大作用. 刘中宪等(2012)采用间接边界积分方程法求解了饱和半空间中夹塞对平面波的散射.

值得指出的是,上述研究均针对确定性夹塞形状。考虑到夹塞实际形状与计算形状之间存在一定出入,研究夹塞断面随机性对波散射的影响对工程场地地震安全性评价具有重要参考价值,但就作者所知,该问题目前还鲜有研究。

本文首先采用波函数展开法及边界离散的方法给出了任意断面形状的地下夹塞对平面 SH 波散射的半解析解；然后以圆形夹塞为例，采用蒙特卡罗方法随机模拟产生了 30 组夹塞断面样本。通过对该样本在平面 SH 波入射下地表位移响应的统计分析，研究了夹塞断面形状随机性对平面 SH 波散射的影响，得出了一些对工程场地地震安全性评价具有参考价值的结论。

## 1 方法

图 1 所示为弹性、均匀和各向同性半空间中一埋深为  $D$ 、区域为  $\Omega$  的任意形状夹塞, 半

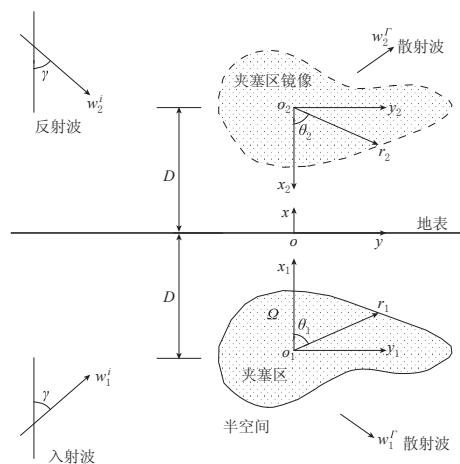


图 1 夹塞及其镜像

Fig. 1. An inclusion in half-space and its image



$$\frac{G_2 \sin \beta}{r_1} \sum_{n=0}^{\infty} J_n(k_2 r_1) [C_n(-n) \sin n \theta_1 + D_n n \cos n \theta_1], \quad (12)$$

式中  $\beta$  为边界点法向与径向的夹角.

对于任意形状边界, 采用 Moeen-Vaziri 和 Trifunac(1988)的方法将边界离散成足够密集的离散点, 将相邻两点间连线的垂直方向作为曲线在该点的法向量来计算其夹角  $\beta$ . 只要控制好相邻两点的距离使其足够小, 即可满足精度要求.

设  $A$  和  $B$  为边界上相邻的两点, 将  $A(r_a, \theta_a)$  和  $B(r_b, \theta_b)$  两点连线的垂线作为  $A$  点处边界线的法向量  $\mathbf{n}$ , 则夹角  $\beta$  可表示为

$$\beta = \arctan \left[ \frac{r_a \cos \theta_a - r_b \cos \theta_b - \tan \theta_a (r_b \sin \theta_b - r_a \sin \theta_a)}{r_b \sin \theta_b - r_a \sin \theta_a + \tan \theta_a (r_a \cos \theta_a - r_b \cos \theta_b)} \right]. \quad (13)$$

将式(2)–(6)代入式(7)的位移边界条件, 将式(8)–(12)代入式(7)的应力边界条件, 可得到如下线性方程组:

$$\mathbf{S} \mathbf{X} = \mathbf{R}, \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{S}$  为  $2M \times 4N$  的系数矩阵, 由散射场及夹塞内位移场决定, 其中  $M$  为夹塞边界离散点的个数,  $N$  为级数的截断项数;  $\mathbf{R}$  为  $2M \times 1$  的列向量, 由自由场决定;  $\mathbf{X} = [A_1, A_2, \dots, A_N, B_1, B_2, \dots, B_N, C_1, C_2, \dots, C_N, D_1, D_2, \dots, D_N]^T$  为待定系数列向量. 该超定方程组可以采用最小二乘法求解. 只要求出待定系数, 就可以得到地表位移.

## 2 数值结果与分析

以圆形夹塞为例, 采用蒙特卡罗方法(Shinozuka, Deodatis, 1991)随机产生 30 组以矢径为变量的夹塞截面样本, 每组样本 12 个矢径, 均服从均值为 1、标准差为 0.1 的正态分布. 用三次样条函数将每组样本矢径端点连接起来, 便构成夹塞截面形状. 图 2 给出了 30 个截面形状样本, 每个小图示意 5 个样本.

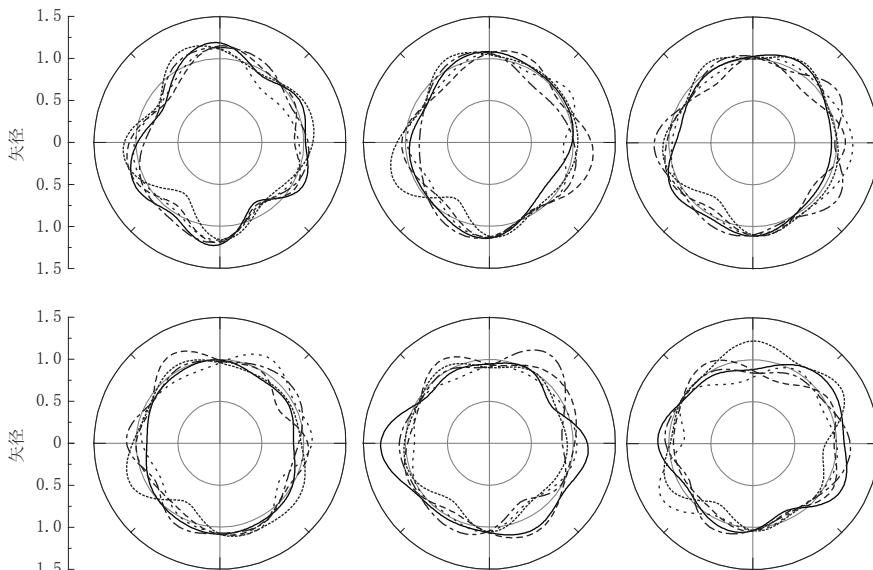


图 2 30 个截面形状样本

Fig. 2 30 cross-section samples for the inclusion

定义夹塞直径均值  $2a$  与入射波波长  $\lambda$  之比为入射波的无量纲频率  $\eta = 2a/\lambda = \omega a/\pi v_1$ 。分别求解此 30 组不同截面夹塞在平面 SH 波入射下地表位移的动力响应，并求得 30 组地表位移响应幅值的均值  $\mu$ 、标准差  $\sigma$  和变异系数  $\sigma/\mu$ 。图 3 和图 4 分别给出了夹塞区与半空间介质剪切波速比  $v_2/v_1 = 1/2$  和  $1/5$  时  $\mu$  和  $\mu \pm \sigma$  的值，同时为了便于比较，图中也给出了圆形夹塞的解析解(袁晓铭, 1996)。图 5 和图 6 则分别给出了夹塞区与半空间介质剪切波速比  $v_2/v_1 = 1/2$  和  $1/5$  时地表位移响应幅值的变异系数  $\sigma/\mu$ 。图中计算参数: 埋深  $D/a = 2$  和  $5$ ; 密度比  $\rho_2/\rho_1 = 2/3$ ; 无量纲频率  $\eta = 0.5, 1$  和  $2$ ; 入射角  $\gamma = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  和  $90^\circ$ 。横

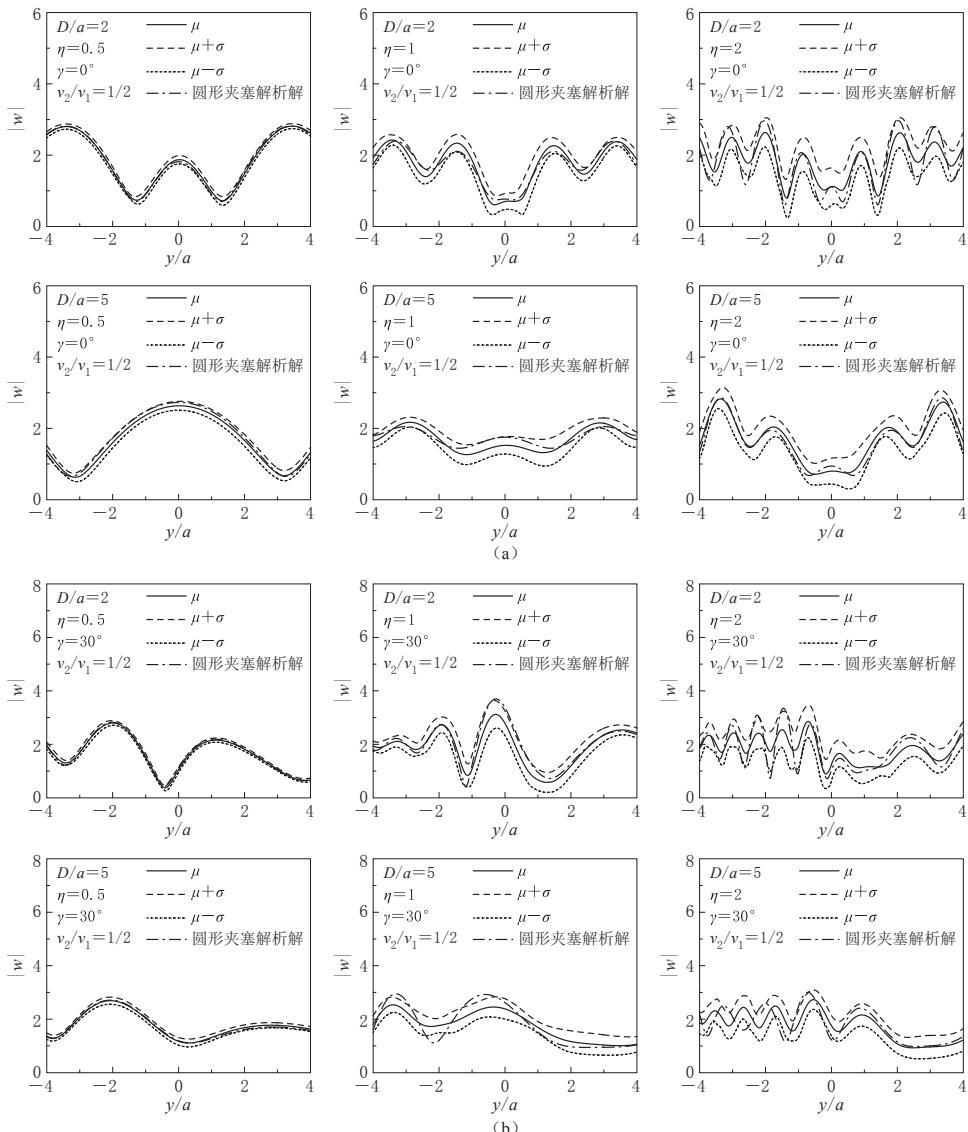


图 3 30 组任意形状夹塞的地表响应位移幅值均值和标准差 ( $\rho_2/\rho_1 = 2/3, v_2/v_1 = 1/2$ )

(a)  $\gamma = 0^\circ$ ; (b)  $\gamma = 30^\circ$

Fig. 3 Mean value and standard deviation of surface displacement amplitude

for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1 = 2/3, v_2/v_1 = 1/2$ )

(a)  $\gamma = 0^\circ$ ; (b)  $\gamma = 30^\circ$

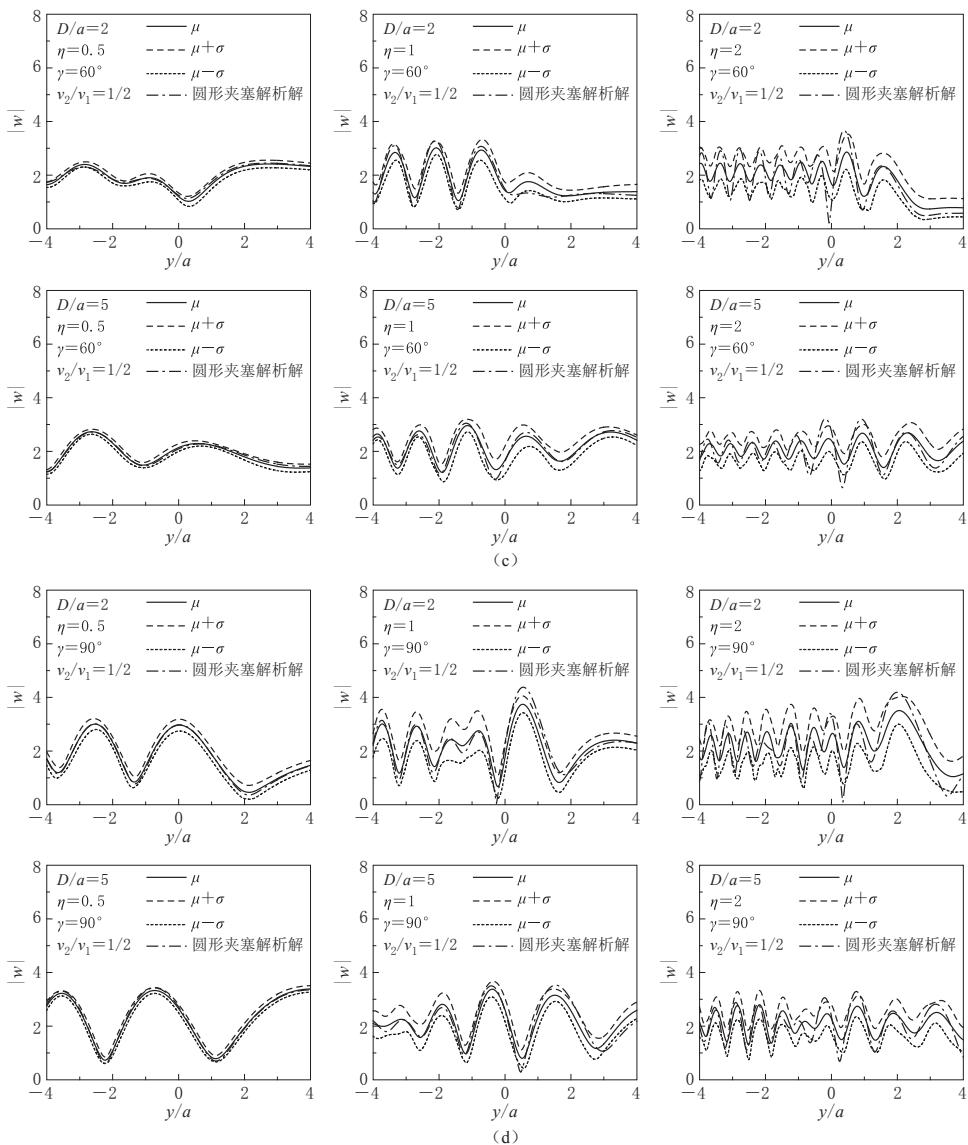


图 3 30 组任意形状夹塞的地表响应位移幅值均值和标准差( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/2$ )  
(c)  $\gamma=60^\circ$ ; (d)  $\gamma=90^\circ$

Fig. 3 Mean value and standard deviation of surface displacement amplitude

for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/2$ )

(c)  $\gamma=60^\circ$ ; (d)  $\gamma=90^\circ$

坐标  $y/a$  表示地表观察点距夹塞中心的水平距离, 纵坐标  $|w|$  表示地表位移响应幅值. 为了便于比较分析, 图 7 给出了夹塞刚度趋于无穷小极限情况(洞室)时, 地表位移响应幅值的变异系数  $\sigma/\mu$ .

从图 3 和图 4 可以看出, 当入射频率较低时, 均值与圆形夹塞的解析解非常接近, 说明本文结果的可靠性; 而当入射频率较高时, 均值与圆形夹塞的解析解差别有所增大, 说明当入射频率较高时需要更多的样本.

从图5和图6可以看出,夹塞断面形状随机性对平面SH波的散射具有重要影响:夹塞断面半径的变异系数为0.1时,在 $v_2/v_1=1/2$ 情况下,地表位移响应幅值变异系数可达0.65( $D/a=2$ , $\eta=1$ , $\gamma=30^\circ$ )和0.71( $D/a=2$ , $\eta=2$ , $\gamma=0^\circ$ );在 $v_2/v_1=1/5$ 情况下,地表位移响应幅值变异系数可达0.71( $D/a=2$ , $\eta=1$ 和2, $\gamma=30^\circ$ );但均小于在 $v_2/v_1 \rightarrow 0$ 情况(洞室)下的地表位移响应幅值变异系数0.97( $D/a=2$ , $\eta=1$ , $\gamma=90^\circ$ )和0.96( $D/a=2$ , $\eta=2$ , $\gamma=90^\circ$ )(图7).无论变异系数大小还是峰值出现的位置,均体现了夹塞存在滤波和屏障的双重作用(袁晓铭,1996).值得指出的是,洞室仅存在单一屏障作用,这也是夹塞

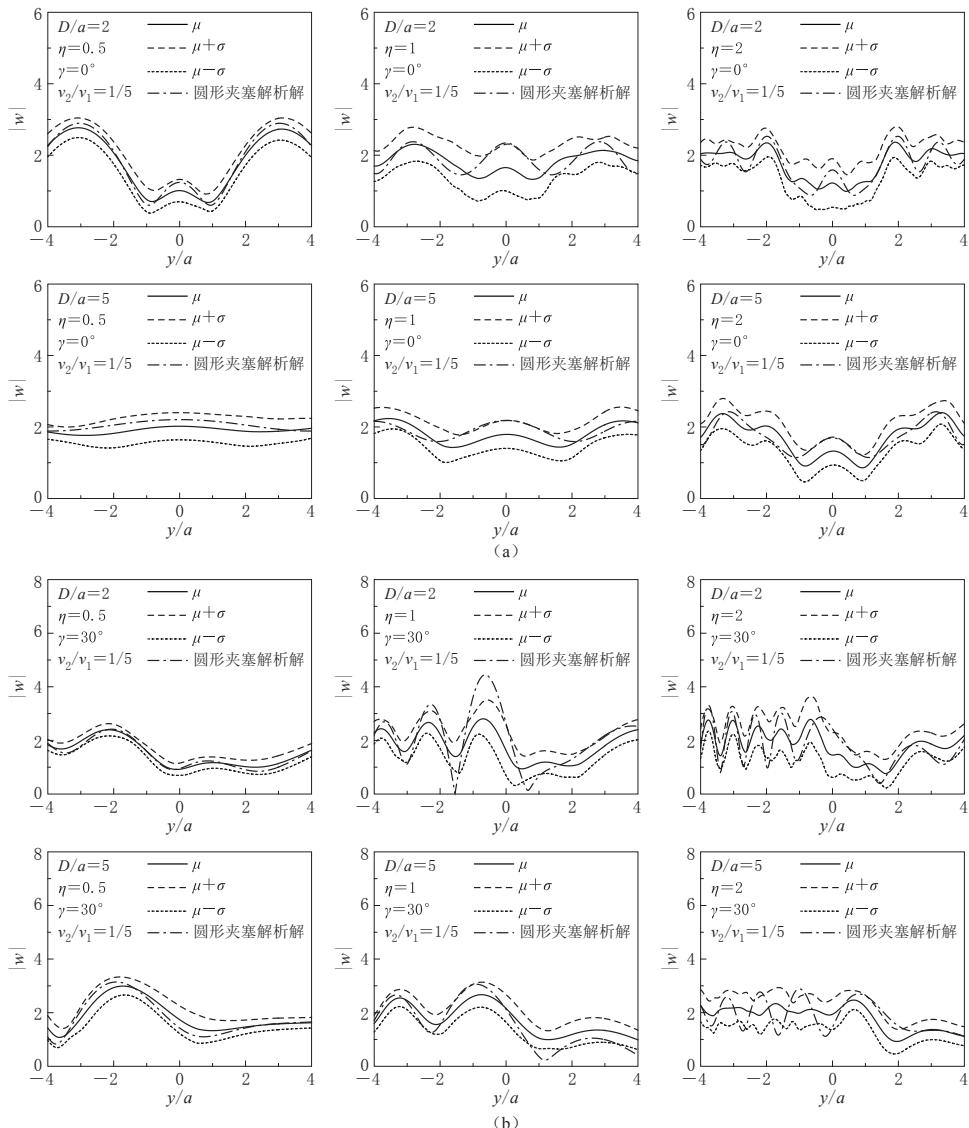


图4 30组任意形状夹塞的地表响应位移幅值均值和标准差( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/5$ )

(a)  $\gamma=0^\circ$ ; (b)  $\gamma=30^\circ$

Fig. 4 Mean value and standard deviation of surface displacement amplitude  
for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/5$ )  
(a)  $\gamma=0^\circ$ ; (b)  $\gamma=30^\circ$

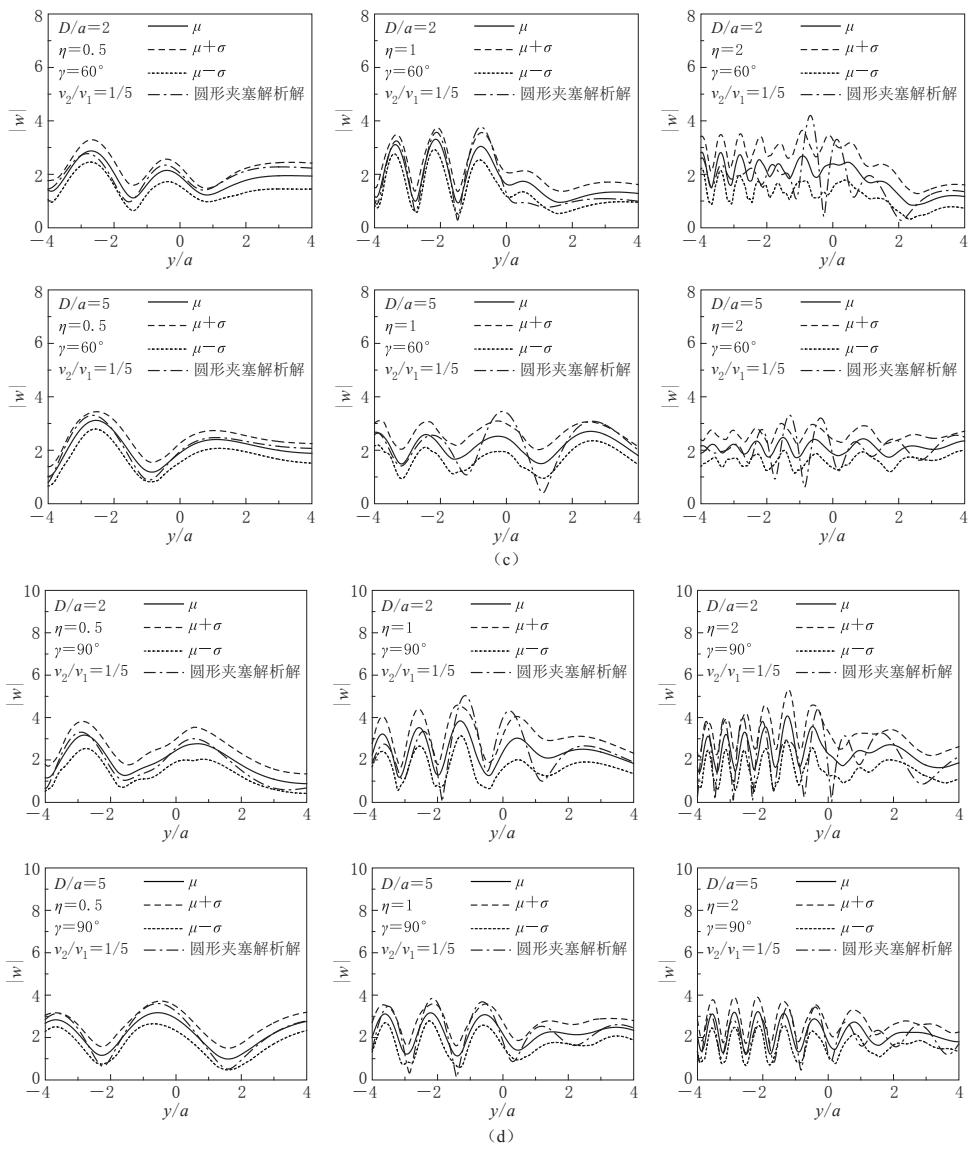


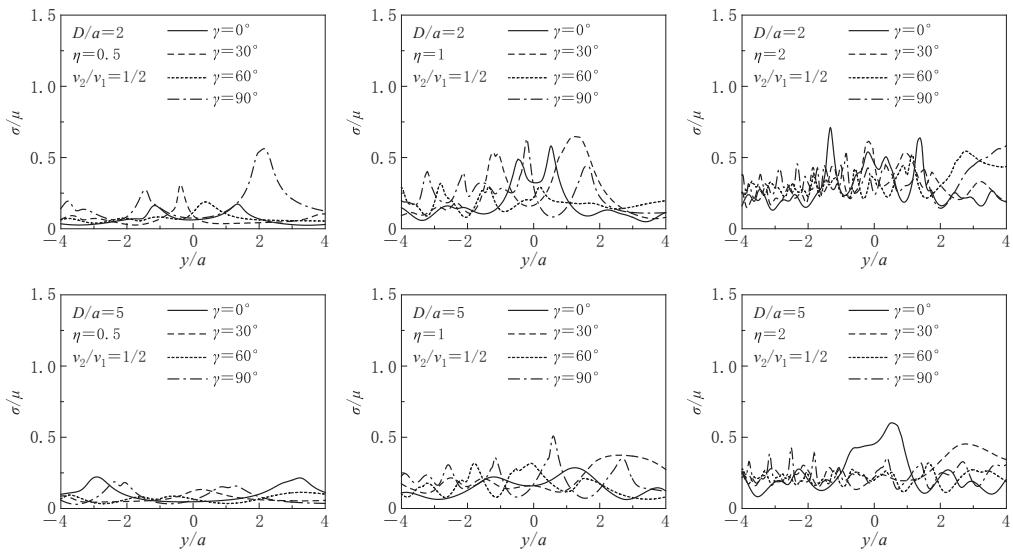
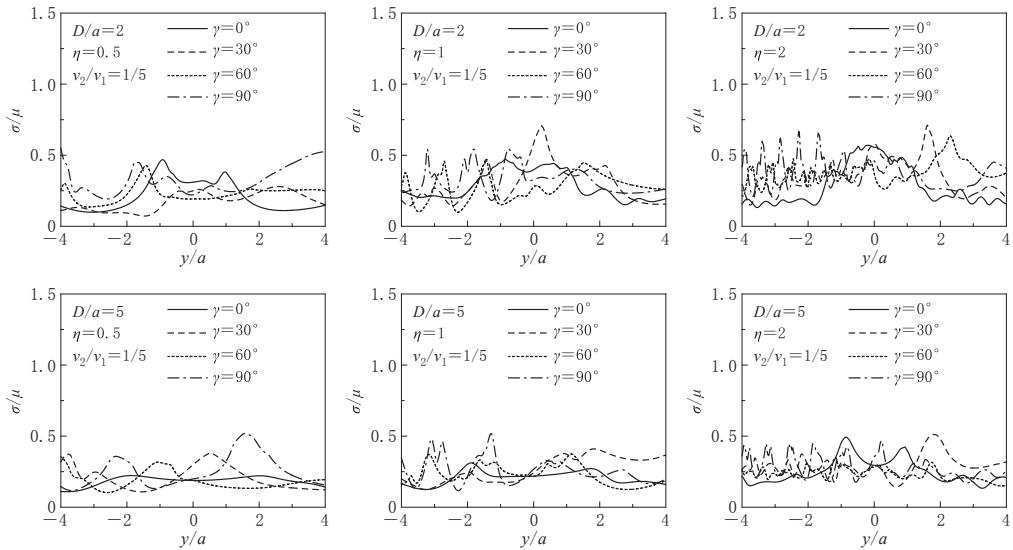
图 4 30 组任意形状夹塞的地表响应位移幅值均值和标准差 ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/5$ )  
 (c)  $\gamma=60^\circ$ ; (d)  $\gamma=90^\circ$

Fig. 4 Mean value and standard deviation of surface displacement amplitude  
 for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/5$ )  
 (c)  $\gamma=60^\circ$ ; (d)  $\gamma=90^\circ$

与洞室存在明显差别的原因。

从图 5 和图 6 中还可以看出, 当入射频率较低时, 变异系数比较小; 而随着频率的升高, 变异系数逐渐增大。说明夹塞边界随机变化对高频波影响更大, 或者说夹塞断面形状变化对高频波影响更大。这符合工程波动的基本规律。

比较图 5、图 6 和图 7 可以看出, 当夹塞与半空间之间刚度差别比较小时, 变异系数比较小; 随着夹塞与半空间之间刚度差别逐渐增大, 变异系数逐渐增大。这也符合工程波动

图 5 30 组样本断面夹塞地表位移响应幅值的变异系数 ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/2$ )Fig. 5 Variation coefficient of surface displacement amplitude for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/2$ )图 6 30 组样本断面夹塞地表位移响应幅值的变异系数 ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/5$ )Fig. 6 Variation coefficient of surface displacement amplitude for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1=1/5$ )

的基本规律. 当夹塞埋深较浅时, 变异系数较大; 随着埋深增加, 变异系数逐渐减小.

### 3 结论

本文采用蒙特卡罗方法研究了地下夹塞断面形状随机性对平面 SH 波散射的影响. 通过数值分析表明, 夹塞断面形状随机性对波的散射具有重要影响. 当夹塞断面半径的变异

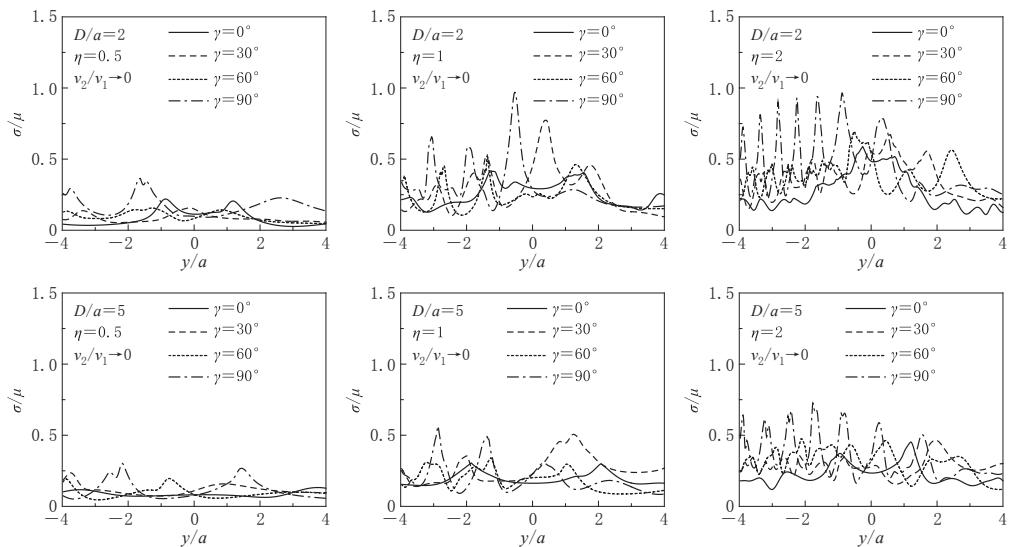


图 7 30 组样本断面夹塞地表位移响应幅值的变异系数( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1\rightarrow 0$ )

Fig. 7 Variation coefficient of surface displacement amplitude for 30 inclusion samples ( $\rho_2/\rho_1=2/3$ ,  $v_2/v_1\rightarrow 0$ )

系数为 0.1 时, 地表位移响应幅值变异系数可达 0.71. 当入射频率较低时, 变异系数较小; 随着频率的升高, 变异系数逐渐增大. 当夹塞与半空间之间刚度差别比较小时, 变异系数较小; 随着夹塞与半空间之间刚度差别逐渐增大, 变异系数逐渐增大. 当夹塞埋深较浅时, 变异系数较大; 随着埋深增加, 变异系数逐渐减小.

## 参 考 文 献

- 梁建文, 张炳政, 巴振宁. 2009a. 层状场地中透镜体对地震动影响的基本规律[J]. 地震工程与工程振动, 29(5): 1-12.
- Liang J W, Zhang B Z, Ba Z N. 2009a. On the effect of a lens in a layered site on ground motion[J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 29(5): 1-12 (in Chinese).
- 梁建文, 张炳政, 巴振宁. 2009b. 基岩上均匀场地中透镜体对地震动的非线性放大作用[J]. 地震工程与工程振动, 29(6): 13-24.
- Liang J W, Zhang B Z, Ba Z N. 2009b. Nonlinear amplification of ground motion by a lens in single layer on bedrock [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 29(6): 13-24 (in Chinese).
- 刘殿魁, 田家勇. 1999. SH 波对界面圆柱形弹性夹杂散射及动应力集中[J]. 爆炸与冲击, 19(2): 115-123.
- Liu D K, Tian J Y. 1999. Scattering and dynamic stress concentration of SH-wave by interface cylindrical elastic inclusion [J]. *Explosion and Shock Waves*, 19(2): 115-123 (in Chinese).
- 刘中宪, 梁建文, 李帆. 2012. 流体饱和半空间中夹塞物对平面 SV 波的散射[J]. 力学季刊, 33(2): 256-268.
- Liu Z X, Liang J W, Li F. 2012. Diffraction of plane SV waves by an inclusion in saturated poroelastic half-space[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 33(2): 256-268 (in Chinese).
- 袁晓铭. 1996. 地表下圆形夹塞区出平面散射对地面运动的影响[J]. 地球物理学报, 39(3): 373-381.
- Yuan X M. 1996. Effect of a circular underground inclusion on surface motion under incident plane SH waves[J]. *Acta Geophysica Sinica*, 39(3): 373-381 (in Chinese).
- 袁晓铭, 孙锐. 2000. 饱和砂土透镜体液化对建筑物地震反应的影响[J]. 地震工程与工程振动, 20(1): 68-74.
- Yuan X M, Sun R. 2000. Effect of liquefaction of lenticular saturated sand zone on seismic response of buildings[J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 20(1): 68-74 (in Chinese).

- 张炳政, 梁建文, 巴振宁. 2010. 基岩上均匀场地中透镜体对地震动的影响[J]. 天津大学学报, 43(9): 783-791.
- Zhang B Z, Liang J W, Ba Z N. 2010. Effects of lens in single layer on bedrock on ground motion[J]. *Journal of Tianjin University*, 43(9): 783-791 (in Chinese).
- Dravinski M. 1983. Ground motion amplification due to elastic inclusion in a half-space[J]. *Earthquake Engng Struct Dyn*, 11(3): 313-335.
- Manoogian M E, Lee V W. 1996. Diffraction of SH-waves by subsurface inclusions of arbitrary shape[J]. *J Eng Mech, ASCE*, 122(2): 123-129.
- Moeen-Vaziri N, Trifunac M D. 1988. Scattering and diffraction of plane SH-waves by two-dimensional inhomogeneities: Part 1[J]. *Soil Dyn Earthq Eng*, 7(4): 179-188.
- Pao Y H, Mow C C. 1973. *Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*[M]. New York: Crane Russak and Company, Inc.: 116-125.
- Shinozuka M, Deodatis G. 1991. Simulation of stochastic processes by spectral representation[J]. *Appl Mech Rev*, 44(4): 191-204.
- Wong K C, Shah A H, Datta S K. 1985. Diffraction of elastic wave in a half-space. II. Analytical and numerical solution [J]. *Bull Seismol Soc Am*, 75(1): 69-92.