

文章编号: 0253-3782(2007)06-0635-08

利用小波重构合成地震波 方法及特性研究*

邹立华^{1),†} 刘爱平¹⁾ 杨 宏¹⁾ 柴新建²⁾
尚 歆³⁾ 戴素亮¹⁾ 董 博¹⁾

- 1) 中国兰州 730070 兰州交通大学土木工程学院
2) 中国兰州 730060 兰州石油化工工程公司
3) 中国北京 101149 核工业北京化工冶金研究院

摘要 针对傅里叶变换合成地震波理论的不足,提出一种利用小波重构合成地震波的方法.以控制频带能量为标准,推导了合成地震波的公式.运用抗震设计规范中的相关设计参数合成了地震波,并分析研究了在合成地震波时小波函数基的选取方法和阻尼比对合成结果的影响.结果表明,用小波重构合成的地震波能够反应地震波基本特性和场地特征周期,并具有很好的时频非平稳性.

关键词 傅里叶变换 小波重构 反应谱 非平稳性 小波基 阻尼比

中图分类号: TU352.1 **文献标识码:** A

引言

抗震设计是工程结构设计的重要组成部分,也是保证其安全性的必要条件.在进行抗震设计、抗震和振动控制研究时,经常需要使用合成地震波,尤其对于一些重要的工程设施,如特殊的高层建筑、大型水坝、桥梁、核电等,为确保在地震时不致对公众健康和安全生产产生危害,这就要求很高的安全性.我国建筑抗震设计规范(中华人民共和国建设部,2001)规定,要用多条地震波对结构进行地震时程分析核算.近几十年来先后获得了不少强震记录,但对于工程应用及抗震研究是远远不够的.其主要表现在:各地震记录的震源机制、地震特征、传播路径等因地制宜;场地的情况也是千差万别;相同或相近的地震动特性(如地震大小、记录幅值、频谱和持续时间等)记录难以找到;同一集系的地震动可能性更是微乎其微.在这种情况下,按一定程序人为形成与预测地震动特性相似的地震动时程成为必要.

目前,人工模拟地震动方法主要有三角级数法、随机脉冲法、自回归法等(胡聿贤,1988).其中三角级数法应用最为普遍.它是根据特定场地的周围地震活动情况,按待求地震动的反应谱、持续时间和振幅等非平稳函数要求,制造一组满足这些条件的地震动过程.由于三角级数法采用的是傅里叶变换的全局分析方法,无法表述地震波时-频局部性

* 兰州交通大学“青蓝”人才工程基金(QL-05-08A)及甘肃省建设科技攻关项目资助.
2007-06-08 收到初稿,2007-09-18 决定采用修改稿.

† 通讯作者. e-mail: zouliahua66@163.com

质, 而时-频局部性质恰好是地震波非平稳性最基本和最关键的性质. 因此三角级数合成的地震波不具备真正意义上的时-频非平稳性. 小波分析作为一种时-频分析方法, 克服了傅里叶分析的缺点, 作为处理和分析信号的工具具有强大的生命力, 并且在信号处理的各个领域取得了越来越广泛的应用. 毫不讳言, 除了周期性极好的信号和平稳信号之外, 在信号处理方面几乎没有别的处理工具可以与小波分析相比(邓东皋, 彭立中, 1991). 本文借鉴反应谱合成理论采用小波重构合成地震波及研究其特性.

1 三角级数合成理论及小波重构理论

1.1 三角级数合成地震波

三角级数合成地震波(蔡长青, 沈建文, 1997; Newmark, 1989)的基本思想是用一组三角级数之和构造一个高斯平稳随机过程, 然后乘以强度包络函数, 得到非平稳的地面加速度时程, 其常用模型为(范留明等, 2003)

$$a(t) = f(t) \sum_{i=n_1}^{n_2} c_k \cos(\omega_k + \varphi_k) \quad (1)$$

式中, $\omega_k = 2k\pi/T$, ω_k 表示第 k 个频率成分, n_1 和 n_2 分别表示频率求和范围; φ_k 为第 k 个频率成分的相位角, 它在 $[0, 2\pi]$ 范围内均匀分布; c_k 为第 k 个谐波分量的幅值, 它可以任意给定或者由反应谱与功率谱在概率意义下的转换关系确定

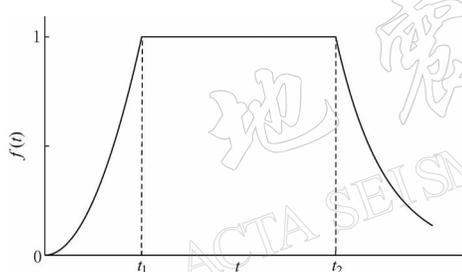


图1 非光滑强度包络线

$$c_k = 2 \sqrt{\frac{-\zeta}{k\pi |\ln A|}} S_T(2\pi/\omega_k) \quad (2)$$

式中, $A = [-\ln(1-P) - \ln(2\pi)]$, $S_T(2\pi/\omega_k)$ 是目标谱在 $2\pi/\omega_k$ 处的值, P 是反应谱在周期 $2\pi/\omega_k$ 处超过目标值 $S_T(2\pi/\omega_k)$ 的超越概率, ζ 为反应谱的阻尼比. 强度包络函数 $f(t)$ 通常取下面分段函数形式(图1):

$$f(t) = \begin{cases} t^2/t_1^2 & 0 \leq t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t < t_2 \\ e^{-\alpha(t-t_2)} & t_2 \leq t \end{cases} \quad (3)$$

其中, α 为 $t \geq t_2$ 时强度包络函数的衰减指数.

1.2 小波重构理论

小波变换定义: 设 $x(t)$ 为平方可积函数[记作 $x(t) \in L^2(R)$], $\psi(t)$ 是被称为基本小波或母小波的函数. 则(杨福生, 2003)

$$WT_x(\alpha, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int x(t) \psi^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt = \langle x(t), \psi_{a\tau}(t) \rangle \quad (4)$$

称为 $x(t)$ 的小波变换. 式中, $a > 0$ 是尺寸因子, τ 为平移参数, 符号 $\langle x, y \rangle$ 代表 $L^2(R)$ 上的内积, 它的含意是(上标 * 代表取共轭) $\langle x(t), y(t) \rangle = \int x(t) y^*(t) dt$; $\psi_{a\tau}(t) =$

$\frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-\tau}{a} \right)$ 是基本小波的平移与尺寸伸缩.

当 $c_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty$ 时, 存在由小波系数 $WT_x(a, \tau)$ 反演重构源函数 $x(t)$.

此时

$$x(t) = \frac{1}{c_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty WT_x(a, \tau) \psi_{a\tau}(t) d\tau = \frac{1}{c_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty WT_x(a, \tau) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) d\tau \quad (5)$$

$$c_\psi = \int_{-\infty}^\infty \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \text{ 便是对 } \psi(t) \text{ 提出的容许条件.}$$

2 小波重构合成地震波

2.1 小波重构地震波理论推导

小波重构合成地震波是由小波函数代替式(1)中的谐波, 用小波系数 $WT_x(a, \tau)$ 代替式(1)中的幅值 c_k , 根据反应谱拟合法合成地震波. 由 Moyal 公式引出类似巴塞瓦定理关系, 即小波变换幅度平方的积分与信号的能量成正比(杨福生, 2003).

$$\int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty |WT_x(a, \tau)|^2 d\tau = c_\psi \int_{-\infty}^\infty |x(t)|^2 dt \quad (6)$$

将 $x(t)$ 看作是地震信号, 则地震信号的总能量为

$$E = \frac{1}{c_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty |WT_x(a, \tau)|^2 d\tau \quad (7)$$

对尺寸和平移参数 a 和 τ 进行二进制离散, 式(7)变为

$$E = \frac{3}{4c_\psi} \sum_j \sum_k |WT_x(j, k)|^2 \quad (8)$$

由式(8)可得 j 分辨率下小波能量公式

$$\begin{cases} E = \sum_j E_j \\ E_j = \frac{3}{4c_\psi} \sum_k |WT_x(j, k)|^2 \end{cases} \quad (9)$$

式中, E_j 是 j 分辨率下小波的总能量, 同时也是 j 分辨率下小波所在频带范围内信号的总能量

$$E_j = \int_{[\omega]} TS(\omega) d\omega \quad (10)$$

式中, T 为信号的持续时间, $S(\omega)$ 为功率谱, 功率谱与反应谱存在下式关系:

$$S(\omega) = \frac{\frac{2\zeta}{\pi\omega} S_a(\omega)^2}{-2 \ln\left[-\frac{\pi}{\omega T} \ln(1-P)\right]} \quad (11)$$

式中, S_a 为设计反应谱, $[\omega]$ 为 j 分辨率小波频带. 求出 E_j 后小波系数可由下式求得:

$$WT_x(j, k) = \sqrt{\frac{4c_\psi}{3}} S'(j, k) \sqrt{\frac{E_j}{S'(j)}} \quad (12)$$

式中, $S'(j, k)$ 为 j 组在 $[-1, 1]$ 上服从的均匀分布的随机数, 第 j 组随机数个数 $k = T \cdot 2^j$ (T 为信号持续时间), $S'(j)$ 为其平方和. 根据频带能量守恒原则和式(1)得到地震波加速度

$$a(t) = \frac{3}{4c_\psi} f_q(t) \sum_j \sum_k WT_x(j, k) \psi_{j,k}(t) \quad (13)$$

通过求出的加速度反应时程 $a(t)$, 反算出信号中各频带的能量值 E_j^i (上标 i 表示叠代

次数), 用下式进行误差判断:

$$\frac{(E_j^i - E_j)}{E_j} \leq K \tag{14}$$

式中, K 为设定的最大允许误差, E_j 为由设计反应谱计算出的子频带能量, E_j^i 为由第 i 次迭代产生的地震加速度反算出的子频带能量. 若上式不成立, 则调整小波系数

$$WT_x^{i+1}(j, k) = WT_x^i(j, k) \cdot \sqrt{\frac{E_j}{E_j^i}} \tag{15}$$

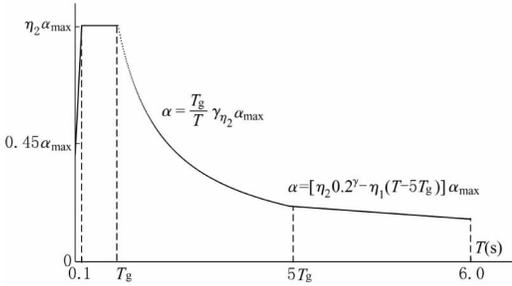


图 2 加速度反应谱曲线

2.2 地震加速度设计反应谱

地震加速度设计反应谱曲线采用建筑抗震设计规范的反应谱曲线(中华人民共和国建设部, 2001), 如图 2 所示.

图 2 中, α 为地震影响系数, α_{max} 为地震影响系数最大值, η_1 为直线下降段的下降斜率调整系数, γ 为衰减指数, T_g 为特征周期, η_2 为阻尼调整系数, T 为结构的自振周期. 其中

$$\begin{cases} \gamma = 0.9 + \frac{0.05 - \zeta}{0.5 + 5\zeta} \\ \eta_1 = 0.02 + \frac{0.05 - \zeta}{8} \\ \eta_2 = 1 + \frac{0.05 - \zeta}{0.06 + 1.7\zeta} \end{cases} \tag{16}$$

式中, 当 η_2 小于 0.55 时, 应取 0.55.

3 算例分析

利用 Daubechies(db3)小波函数, 持续时间 16 s, 超越概率为 63%, 选用建筑抗震设计规范中的地震加速度设计反应谱(图 2)、水平地震影响系数最大值(表 1)(中华人民共和国建设部, 2001)、特征周期值(表 2)(中华人民共和国建设部, 2001)、场地类别和地震分组; 阻尼比采用 $\zeta=0.05$. 经计算机仿真, 合成 8 度地区多遇地震下的 II, III, IV 三类场地及地震分组为第三组的设计地震波加速度时程曲线以及其相应功率谱曲线(图 3).

表 1 水平地震影响系数最大值

地震影响	6 度	7 度	8 度	9 度
多遇地震	0.04	0.08(0.12)	0.16(0.24)	0.32
罕遇地震		0.50(0.72)	0.90(1.2)	1.4

注: 括号中数值分别用于设计基本地震加速度为 $0.15 \times 9.8 \text{ cm/s}^2$ 和 $0.30 \times 9.8 \text{ cm/s}^2$ 地区.

表 2 特征周期值 单位: s

设计地震分组	场 地 类 别			
	I	II	III	IV
第一组	0.25	0.35	0.45	0.65
第二组	0.3	0.4	0.55	0.75
第三组	0.35	0.45	0.65	0.9

3.1 合成效果分析

从上述合成结果可以看出, 采用小波重构人工合成的地震波包含地震动三要素, 能够反应地震动特性. 通过地震波加速度振幅的缩放系数 β 调整, 可得设计地震波.

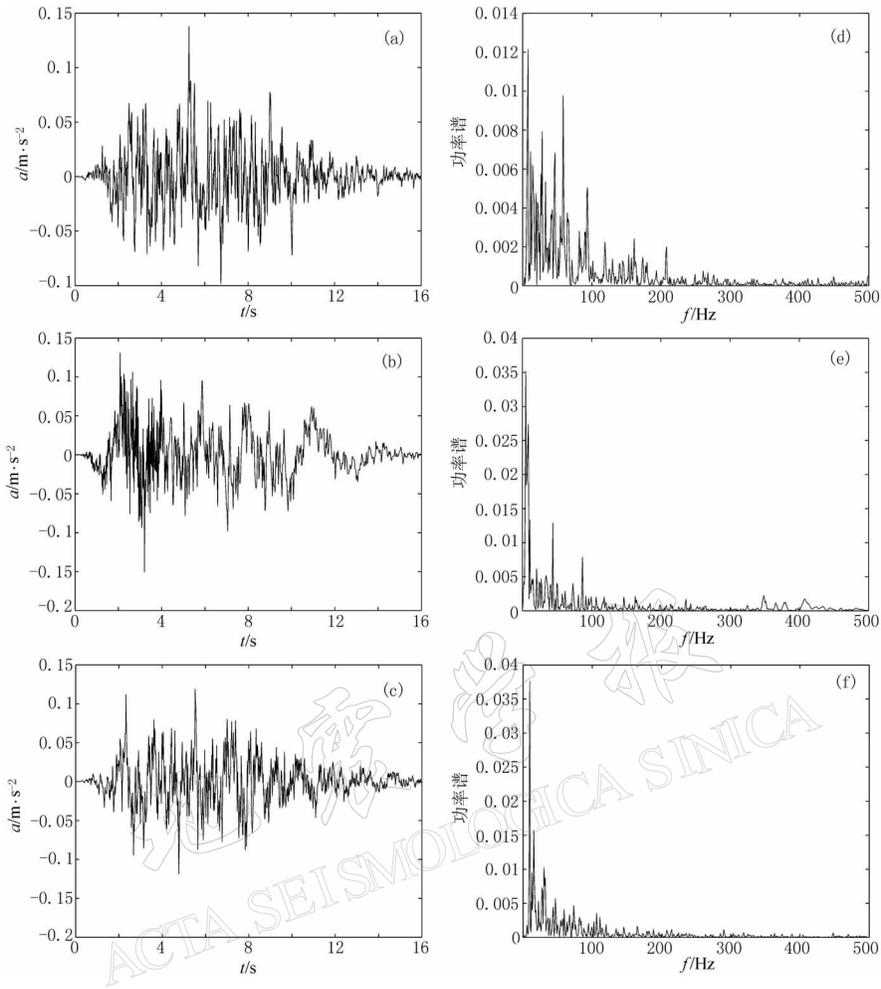


图 3 8 度地区第三组地震波加速度曲线及其功率谱曲线

(a) II 类场地合成地震加速度时程；(b) III 类场地合成地震加速度时程；(c) IV 类场地合成地震加速度时程；
(d) II 类场地地震加速度功率谱；(e) III 类场地地震加速度功率谱；(f) IV 类场地地震加速度功率谱

$$\begin{cases} \beta = \alpha_{\max} / \alpha_{\text{rmax}} \\ a(t) = \beta \alpha_r(t) \end{cases} \quad (17)$$

式中， α_{\max} 为需要调整到峰值加速度，按表 3 (中华人民共和国建设部，2001) 采用。 α_{rmax} 为小波重构的峰值加速度， $\alpha(t)$ 为设计地震波， $\alpha_r(t)$ 为小波重构加速度。

由于小波函数的多样性、非平稳性以及小波系数的非平稳性，利用小波重构合成后的地震波与三角级数合成的地震波相比更具有时频非平稳性。而且，小波函数在时域和频域具备快速衰减性，而谐波在时域上没有衰减性，在频域上衰减太快，因而小波重构合成的地震波更能体现地震动的特性。图 3a, b, c 中与地震波的特征周期相应频率分别为 $1/0.45 = 2.2$ (II 类场地)、 $1/0.65 = 1.5$ (III 类场

表 3 时程分析所用地震加速度时程

地震影响	曲线最大值			
	6 度	7 度	8 度	9 度
多遇地震	18	35(55)	70(110)	140
罕遇地震		220(310)	400(510)	620

注：括号中数值分别用于设计基本地震加速度为 $0.15 \times 9.8 \text{ cm/s}^2$ 和 $0.30 \times 9.8 \text{ cm/s}^2$ 地区。

地)、 $1/0.9=1.1$ (IV类场地). 由图 3d, e, f 功率谱曲线可看出, 最大值在特征周期相应频率附近, 因而小波重构成地震波理论上能够体现出地震分组和场地类别的影响.

3.2 小波函数对合成地震波的影响

小波与三角级数最大的区别就是小波函数非常丰富, 而三角级数只限于使用单调的谐波(简单的正、余弦函数). 用小波重构成地震波时, 小波函数的选取对合成结果有一定的影响. 目前, 小波函数的选取还没有一个量化的标准, 一般选取是通过用小波分析方法处理信号的结果与理论结果的误差来判定小波基的好坏. 根据标准不同, 小波基具有不同的类型. 小波函数选取标准概括有以下 4 点(飞思科技产品研发中心, 2005): ① $\phi(t)$ 和 $\psi(t)$ 的支撑长度, 即当时间趋向无穷大时 $\phi(t)$ 和 $\psi(t)$ 从一个有限值收敛到 0; ② 对称性; ③ $\phi(t)$ 和 $\psi(t)$ 的消失阶数; ④ 正则性. 通常具有对称性的小波不会产生相位畸变; 具有好的正则性的小波, 易于获得光滑的重构曲线. 通过计算机仿真分析对比, 利用小波重构成地震波小波函数的基函数的消失阶数越高曲线越光滑, 其效果越好.

图 4 采用 5 个频带进行地震波合成, db3(Daubechies 函数基) 消失阶数为 3, haar 小波函数消失阶数为 1. 从图中可以看出, db3 小波基合成明显比 haar 小波基光滑、非平稳性要强. 在利用小波函数合成地震波时, db3 小波基明显优于 haar 小波基.

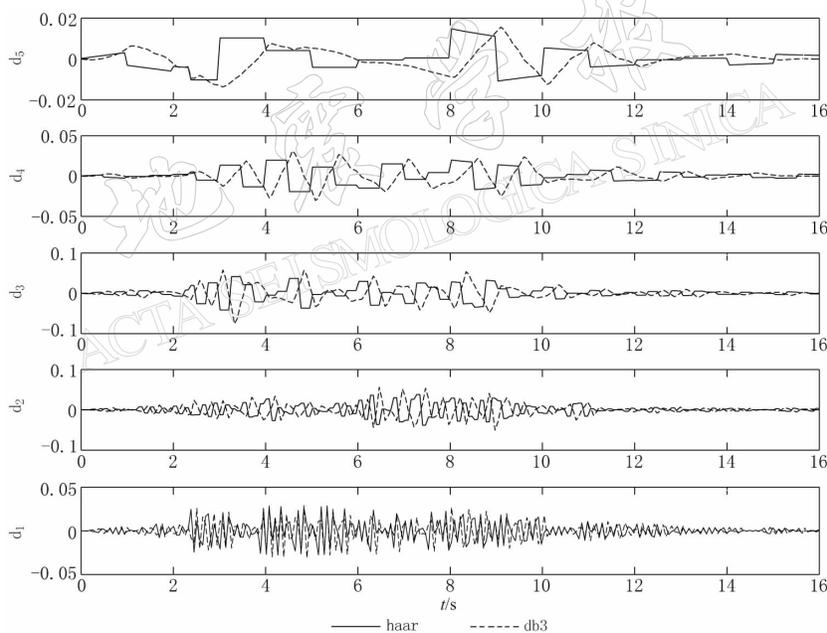


图 4 不同小波基合成过程对比

3.3 阻尼比对合成地震波的影响

建筑结构材料的多样化和消能减震元件的使用, 使结构的阻尼特性存在较大差别. 在合成地震波过程中加速度反应谱曲线(图 2)、反应谱转化为功率谱[式(11)]都存在阻尼比. 现模拟 5 层钢筋混凝土框架结构. 结构各层的质量和水平刚度分别为 $m_i=4.5 \times 10^5$ kg 和 $k_i=3 \times 10^8$ N/m($i=1, 2, 3, 4, 5$); 结构阻尼为瑞利阻尼, 阻尼比 $\xi=0.05$. 在合成地震波时选用不同的阻尼比, 通过不同的阻尼比研究其对结构的影响(图 5、图 6).

由图 5、图 6 可以明显看出, 采用不同阻尼比合成的地震波对结构产生的地震响应差

别很大。因而，对于具有不同阻尼比的结构，应该考虑不同阻尼比对合成结果的影响。

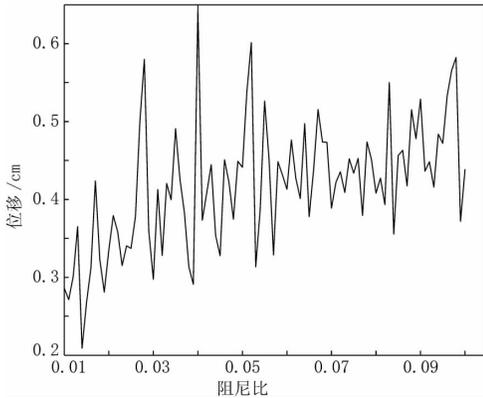


图 5 不同阻尼比下顶层最大位移

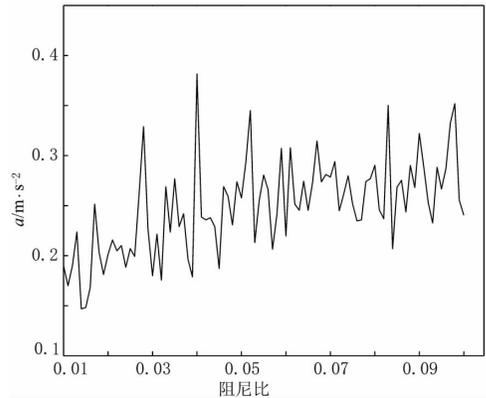


图 6 不同阻尼比下顶层最大加速度

4 结语

通过以上计算与分析，可以得出如下结论：

- 1) 利用小波重构人工合成的地震波包含了地震动三要素，能够反应场地特征周期；与三角级数合成法相比具有时-频非平稳性。
- 2) 在用小波函数合成的地震波中，宜选取消失阶数高的小波函数基函数。
- 3) 在人工地震波合成时，应考虑不同阻尼比对合成结果的影响。

参 考 文 献

- 蔡长青, 沈建文. 1997. 人造地震动的时域叠加法和反应谱整体逼近技术[J]. 地震学报, **19**(1): 71-78.
- 邓东皋, 彭立中. 1991. 小波分析[J]. 数学进展, **20**(3): 294-310.
- 范留明, 李宁, 黄润秋. 2003. 人造地震动合成中的位移误差分析[J]. 工程地质学报, **11**(1): 79-84.
- 飞思科技产品研发中心. 2005. 小波分析理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京: 电子工业出版社: 37-47.
- 胡聿贤. 1988. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社: 211-216.
- 杨福生. 2003. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社: 8-12.
- 中华人民共和国建设部. 2001. 建筑抗震设计规范(GB50011-2001)[S]. 北京: 中国建筑工业出版社: 26-30.
- Newmark N M. 1965. Effects of earthquake on dams and embankments[J]. *Geotechnique*, **15**(2): 139-159.

CHARACTERISTICS AND METHOD OF SYNTHESIS SEISMIC WAVE BASED ON WAVELET RECONSTRUCTION

Zou Lihua¹⁾ Liu Aiping¹⁾ Yang Hong¹⁾ Chai Xinjian²⁾
Shang Xin³⁾ Dai Suliang¹⁾ Dong Bo¹⁾

1) *School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China*

2) *Lanzhou Petrochemical Engineering Corporation, Lanzhou 730060, China*

3) *Beijing Research Institute of Chemical Engineering and Metallurgy, CNNC, Beijing 101149, China*

Abstract: A novel method of synthesizing seismic wave using wavelet reconstruction is proposed and compared with the traditional method of using theory of Fourier transform. Taking the criterion of controlling the frequency band energy, the formula of synthesizing seismic wave is deduced. Using the design parameters specified in Chinese Seismic Design Code for buildings, seismic waves are synthesized. Moreover, the method of selecting wavelet bases in synthesizing earthquake wave and the influence of the damping ratio on synthesizing results are analyzed. The results show that the synthesis seismic waves using wavelet bases can represent the characteristics of the seismic wave as well as the ground characteristic period, and have good time-frequency non-stationarity.

Key words: Fourier transform; wavelet reconstruction; response spectrum; non-stationarity; wavelet bases; damping ratio