

# 基于有物理意义地表地震动 的一致概率法<sup>\*</sup>

蔡长青 沈建文

(中国上海 200062 上海市地震局)

**摘要** 提出了一种新的基于有物理意义地表地震动的危险性分析的一致概率法。该方法使用的地震动时程与场地周围潜源所发生的地震事件对应, 其包络参数、反应谱、最大加速度等均具有明确的物理意义。在不考虑土层反应的情况下, 本方法与传统的一致概率法相同。本方法支持用天然地震加速度时程直接输入。合成地震动仅作为缺乏强震资料的一种近似方案, 随着场地周围强震资料的不断积累, 本方案将更客观地反映场地所处的地震环境。

**关键词** 物理意义 一致概率法 反应谱 加速度时程 强震

## 引言

目前广泛使用的一致概率法, 将场地地震安全性评价中地表设计地震动的确定工作分成以下几个部分: ① 地震危险性分析。根据场地周围各潜在震源的地震活动性, 给出场地基岩在未来若干年内遭遇地震动峰值加速度、加速度反应谱超过给定值的概率; ② 用一致概率法确定的某概率水平的基岩峰值加速度、加速度反应谱等地震动参数; ③ 以上述地震动参数为目标合成地震动; ④ 将合成的地震动从基岩输入到上覆土层作土层反应分析, 得地表地震动加速度时程, 计算其地震动参数; ⑤ 反应谱标定。

上述模型得出的地震动参数包含场地周围各潜源不同震级、震中距的地震的概率贡献。在某一超越概率  $X$  下, 某场地加速度反应谱为  $S_A(T)$ , 系指该场地周围各潜源不同震级、震中距的所有地震, 在场地产生的加速度反应谱超过  $S_A(T)$  的概率为  $X$ ,  $T$  为反应谱控制点周期, 通常要取十几甚至几十个控制点。模型并不保证在不同周期  $T$  处加速度反应谱超过  $S_A(T)$  的是同一群地震。另一方面, 由于震级、震中距不同, 这些地震在场地产生的加速度时程的强度包线、持时、峰值加速度及加速度反应谱均各不相同。在基岩上孤立使用这些参数作为设计依据无可厚非, 但将其看作目标值合成基岩地震动, 以研究土层在未来地震中对地震动的反应则缺乏物理根据。

第 1, 传统一致概率法得到的加速度反应谱包含场地周围各潜源不同震级、震中距的地震的概率贡献, 并不和场地周围任一地点、任一震级的加速度反应谱相对应, 因此不能和天然地震动相对应。

\* 地震科学联合基金(196197)及上海市科委(952512017)基金资助项目。  
1997-11-06 收到初稿, 1998-02-17 收到修改稿, 1998-02-24 决定采用。

第 2, 时程的持时及强度包线是两个重要参数, 其随震级、震中距的不同而不同. 传统的一致概率法无法合理地给出合成地震动所需的持时及强度包线.

第 3, 土层对地震动的反应复杂, 其中还包含非线性过程. 传统一致概率法用一致概率谱对应的随机时程来模拟不同地震相应的加速度时程的土层反应, 显然过于简单, 与实际不符.

解决问题的关键是将地震发生时产生的地震波经介质(包括岩石和土层)传播至地表的物理过程看作一个整体. 随着科学技术的发展, 人们已较系统研究了地震波在岩石、土层中的传播特性, 能够预测不同震级、震中距的地震产生的地震波, 在经过介质传播后的地震动参数. 本文尝试直接用不同震级、震中距的地震, 在场地下卧基岩产生的地震动作土层反应输入, 得到相应的地表加速度时程及地震动参数. 用地震活动性分析方法及概率理论处理地表地震动参数, 得到地表概率一致的地震危险性分析结果.

## 1 基于地表地震动的地震危险性分析的概率模型

为体现地震动传播过程的物理特征, 我们分别研究了场地周围不同震中位置、不同震级的地震, 在场地下卧基岩面产生的地震加速度时程及其经土层反应后在自由地表产生的地表加速度时程. 为研究方便, 我们将场地周围的潜源划分为线度足够小的子源, 并对场地周围的所有子源统一编号. 将地震从起算震级  $m_0$  到最高震级  $m_u$  亦分成  $N_m$  档, 各分档震级从小到大分别为  $m_0, m_1, \dots, m_{N_m}$ . 设子源总数为  $N_s$ , 为便于叙述, 用  $S_i$  表示第  $i$  号子源, 震级落在  $[m_{j-1}, m_j)$  区间中的地震称作  $m_j$  档地震, 用  $m_{d_j}$  表示第  $j$  震级档的中位值, 且称其为该震级档的代表震级, 即

$$m_{d_j} = 0.5 \times (m_{j-1} + m_j) \quad (1)$$

在计算中, 将  $m_j$  档地震的震级均看作  $m_{d_j}$ ,  $S_i$  中所有地震的震中都看作  $S_i$  中心. 将场地地震环境抽象为编号从 1 到  $N_s$  的点源, 以不同的年均发生率发生  $m_{d0}, m_{d1}, \dots, m_{dN_m}$  级地震.

### 1.1 基本假定

本方法采用地震危险性评定概率方法的基本假定(国家地震局, 1996)为:

- (1) 同一潜在震源区内任何地方发生地震的可能性相同;
- (2) 在考虑的时间段内, 各潜在震源区内地震的平均发生率在时间轴上为常数;
- (3) 在每个潜在震源区内, 地震事件彼此独立.

### 1.2 概率模型

在潜源内, 震级  $m$  与潜源内发生震级  $M \geq m$  地震的次数  $N(m)$  的关系, 用著名的古登堡公式

$$\ln N(m) = \alpha - \beta m \quad (2)$$

来描述. 相应地, 震级的概率密度函数为

$$f_m(m) = \begin{cases} \frac{\beta e^{-\beta(m-m_0)}}{1 - e^{-\beta(m_u-m_0)}} & m_0 \leq m < m_{N_m} \\ 0 & \text{其它 } m \end{cases} \quad (3)$$

利用国家地震局(1996)的结果,  $t$  年内  $S_i$  发生  $K$  次  $m_j$  档地震的概率为

$$P_{ij}(K) = \frac{(\nu_{ij} t)^K}{K!} e^{-\nu_{ij} t} \quad (4)$$

式中,  $\nu_{ij}$  为  $S_i$  中  $m_j$  档地震的年发生率.  $S_i$  发生  $m_j$  档地震条件下, 地表遭遇的加速度反应谱  $d(T)$  超过给定值  $y$  的概率为

$$P_{ij}[d(T) \geq y] = 1 - e^{-\nu_{ij} t P[d(T) \geq y | E_{ij}]} \quad (5)$$

式中,  $P[d(T) \geq y | E_{ij}]$  为  $S_i$  发生 1 次  $m_j$  档地震条件下场地地表遭遇的加速度反应谱  $d(T)$  超过给定值  $y$  的概率.  $S_i$  发生所有地震时, 地表遭遇的加速度反应谱  $d(T)$  超过给定值  $y$  的概率为

$$P_i[d(T) \geq y] = 1 - e^{-\sum_{j=1}^{N_m} \nu_{ij} t P[d(T) \geq y | E_{ij}]} \quad (6)$$

所有潜源发生所有地震时, 地表遭遇的加速度反应谱  $d(T)$  超过给定值  $y$  的概率为

$$P[d(T) \geq y] = 1 - e^{-\sum_{i=1}^{N_S} \sum_{j=1}^{N_m} \nu_{ij} t P[d(T) \geq y | E_{ij}]} \quad (7)$$

$\nu_{ij}$  可从地震活动性研究中得到, 而  $P[d(T) \geq y | E_{ij}]$  可根据资料占有条件, 用下列 3 个方案之一得到:

方案 1 利用场地上记录到的  $S_i$  发生  $m_j$  级地震的加速度时程, 直接计算相应的条件概率  $P[d(T) \geq y | E_{ij}]$ .

方案 2 利用自由基岩记录到的  $S_i$  发生  $m_j$  级地震的加速度时程, 作为做土层反应分析输入时程, 得到相应的  $P[d(T) \geq y | E_{ij}]$ .

方案 3 利用衰减公式和人造地震动技术, 得到  $S_i$  发生  $m_j$  档地震时场地基岩遭遇的加速度时程, 再利用土层反应分析得到  $P[d(T) \geq y | E_{ij}]$ .

显然, 方案 1 真实反应了场地的真实情况; 方案 2 在土层反应分析环节引入了对实际情况的近似; 方案 3 在基岩地震动和土层反应分析两个环节均引入了对实际情况的近似. 由于方案 1, 2 是方案 3 中一个或两个方面的内容用实际记录结果所代替, 故下面详细讨论方案 3 的计算过程.

设按衰减公式算得的与  $S_i$  发生  $m_{dj}$  级地震的基岩反应谱为

$$\ln S_{ij}(T) = f(R_i, m_{dj}) \quad (8)$$

则利用人造地震动技术可合成  $h$  条反应谱为  $S_{ij}(T)$  的基岩加速度时程  $A_{ijk}(t), k=1, h$ . 式中,  $T$  为反应谱周期,  $R_i$  为  $S_i$  到场地的距离,  $S_{ij}(0)$  为基岩峰值加速度.

由于地震动产生和传播过程的复杂性, 用衰减公式描述地震动参数具有一定的离散性. 即使震中位置和震级相同的两次地震, 其地震动参数亦有一定的随机性. 当用对数正态分布的随机变量来描述由式(8)算得的  $S_{ij}(T)$  的随机误差时, 考虑这种随机误差后相应的基岩反应谱  $S_{ijz}(T)$  应为

$$S_{ijz}(T) = S_{ij}(T) e^z \quad (9)$$

式中,  $z$  是正态分布的随机变量, 其概率密度函数为

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2(T)}} \quad (10)$$

设不同反应谱控制点衰减公式的随机误差相同, 即  $z$  不随  $T$  变化, 则考虑衰减公式的不确定性后基岩地震动加速度时程为

$$A_{ijkz}(t) = A_{ijk}(t) e^z \quad (11)$$

## 2 地表地震动危险性曲线

所谓地表地震动危险性曲线, 是指在场地地表未来所遭遇的地震动  $Y$  超过  $y$  的概率与

$y$  的关系曲线. 利用式(11), 我们可得到考虑衰减公式的不确定性后, 当  $S_i$  发生  $m_j$  级地震时场地下卧基岩遭遇到的  $h$  条基岩加速度时程  $A_{ijkz}(t), k=1, h$ . 分别将其从基岩面输入上覆土层, 通过土层反应分析, 可得相应的地表加速度时程  $D_{ijkz}(t)$  及相应的地表加速度反应谱  $d_{ijkz}(T)$ . 若令  $d_{ijz}(T)=\frac{1}{h} \sum_{k=1}^h d_{ijkz}(T)$ , 则

$$P[d(T) \geq y | E_{ij}] = \int_{-\infty}^{\infty} P[d_{ijz}(T) \geq y | E_{ijz}] f(z) dz \quad (12)$$

其中,  $P[d_{ijz}(T) \geq y | E_{ijz}]$  是  $S_i$  发生  $m_j$  级地震, 且随机变量取  $z$  时地表地震动参数  $d(T)$  超过  $y$  的概率. 按

$$z_k = \frac{3\sigma_k}{L} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm L) \quad (13)$$

确定的  $z_k$  将公式(12)离散化得

$$P[d(T) \geq y | E_{ij}] = \frac{1}{S} \sum_{k=-L}^L P[d_{ijz}(T) \geq y | E_{ijz}] f(z_k) \quad (14)$$

其中,  $S = \sum_{k=-L}^L f(z_k)$ ,  $L$  根据计算精度的需要确定. 将式(14)代入式(7)得

$$P[d(T) \geq y] = 1 - e^{-\frac{1}{S} \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{j=1}^{N_m} \sum_{l=k=-L}^L f(z_k) v_{ij} t P[d_{ijz}(T) \geq y | E_{ijz}]} \quad (15)$$

根据  $P[d_{ijz}(T) \geq y | E_{ijz}]$  的意义, 我们可以看到

$$P[d_{ijz}(T) \geq y | E_{ijz}] = \begin{cases} 1 & d_{ijz}(T) \geq y \\ 0 & d_{ijz}(T) < y \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15), 即可算出地表不同反应谱控制点( $T$  取不同的值)及峰值加速度( $T=0$ )的地震危险性曲线.

若场地基岩有若干条  $S_i$  发生  $m_j$  级地震的实际加速度记录,  $d_{ij}(T)$  为这些加速度记录经土层反应后地表加速度反应谱的平均值, 则

$$P[d(T) \geq y | E_{ij}] = \begin{cases} 1 & d_{ij}(T) \geq y \\ 0 & d_{ij}(T) < y \end{cases} \quad (17)$$

用式(17)取代式(14)代入式(7)即可.

若场地地表有若干条  $S_i$  发生  $m_j$  级地震的实际加速度记录, 则式(17)中的  $d_{ij}(T)$  即为这些加速度记录加速度反应谱的平均值.

### 3 算例

#### 3.1 潜源及地震活动性

为描述潜源与场地的相对位置, 我们首先建立场地坐标系. 以场地为原点,  $y$  轴指向正北,  $x$  轴指向正东, 单位为度. 作为算例, 我们考虑两个四边形潜源, 其顶点坐标参见图 1. 潜源 1, 2 的最大震级分别为 7.5, 5.5. 场地各潜源 4.0 级以上地震的年均发生率  $\nu$  为 5.0.

首先, 和一致概率法相同, 将场地各潜源 4.0 级以上地震的年均发生率  $\nu$  按震级分布分配到各震级档. 本例采用如下发生率分配公式:

$$\nu_i = \nu \frac{e^{-\beta n_{i-1}} - e^{-\beta n_i}}{e^{-\beta n_0} - e^{-\beta n_u}} \quad (18)$$

其中,  $\nu_i$  为第  $i$  震级档分得的年均发生率,  $m_{i-1}$  及  $m_i$  为两个分档震级,  $m_0 = 4.0$ ,  $m_u = 7.5$ .

顾及计算精度, 算例中震级每 0.25 级为一档. 各档的代表震级及相应的发生率列于表 1.  $\nu_1$  表示潜源 1 的年均发生率,  $\nu_2$  表示潜源 2 的年均发生率. 发生率分配时, 参照以场地为中心过各潜源中心的圆面积, 将潜源 1 的权取为 9, 将潜源 2 的权取为 1.

其次, 将潜源按 0.1 度的线度划分子源并统一编号, 将年均发生率分配到各子源. 由于两潜源的线度均为  $1.0 \times 0.5$  度<sup>2</sup>, 故所有潜源共分成  $10 \times 5 \times 2 = 100$  个子源. 潜源

1 子源编号 = 行号 + (列号 - 1)  $\times$  5, 潜源 2 子源编号 =  $100 +$  行号 + (列号 - 1)  $\times$  5. 本文采用按面积平均分配发生率. 由于各子源面积相等, 故各子源的年均发生率是相应潜源年均发生率除以该潜源分成的子源数. 本例中两潜源分成的子源数均为 50, 故各子源在某震级档的发生率是按震级和所在潜源号在表 1 查得值的  $1/50$ .

表 1 分档震级  $M_f$ 、代表震级  $M_d$  及发生率  $\nu$

$M_f$	4.00	4.25	4.50	4.75	5.00	5.25	5.50	5.75	6.00	6.25	6.50	6.75	7.00	7.25	7.50
$M_d$	4.125	4.375	4.625	4.875	5.125	5.375	5.625	5.875	6.125	6.375	6.625	6.875	7.125	7.375	
$\nu_1$	1.633 7	1.041 7	0.664 2	0.423 5	0.270 0	0.172 2	0.122 0	0.077 8	0.049 80	0.031 60	0.020 60	0.012 20	0.008 90	0.005 20	0.002 00
$\nu_2$	0.181 5	0.115 7	0.073 8	0.047 1	0.030 0	0.019 1									

### 3.2 衰减关系

对地震动参数, 本文采用胡聿贤(1990)在地震工程学中给出的衰减公式

$$\lg(Y) = b_0 + b_1 M - b_2 \lg(R + 30) \quad (19)$$

对持时参数

$$\lg(Y) = b_0 + b_1 M + b_2 \lg(R + 10) \quad (20)$$

本算例中的衰减公式及系数均采用地震安全性评价工作规范培训教材中给出的结果<sup>①</sup>. 受篇幅限制, 文中不列出相应的系数.

### 3.3 地表地震动参数

我们将各子源看作点源, 通过前面两节的研究, 该点各代表震级  $m_d$  的地震发生率及其在自由基岩面产生的地震动参数、持时特征均为已知量. 为得到相应的地表地震动参数, 我们利用上述基岩面地震动特征各合成一条地震动加速度时程. 由表 1 可知, 潜源 1 有 14 个代表震级, 潜源 2 有 6 个代表震级. 由于每个潜源均分成 50 个子源. 故本算例共需合成  $(6+14) \times 50 = 1000$  条地震动加速度时程. 由于我们仅打算考虑对场地影响大于  $0.5 \text{ m/s}^2$  的地震, 为减小工作量, 对按式(17)算得的峰值加速度小于  $0.5 \text{ e}^{3\sigma}$  的地震不予考虑. 潜源 1 实际合成了 194 条地震动加速度时程, 潜源 2 合成了 87 条地震动加速度时程. 为便于比较, 我们将基岩看作地表的特例, 亦用式(15)、(16)对其地震动参数作统计, 得

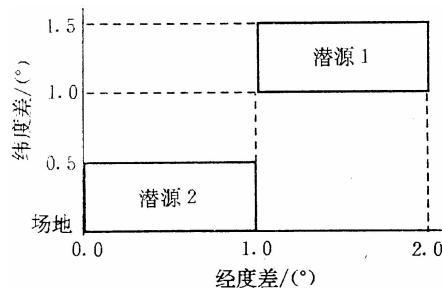


图 1 潜源分布图

<sup>①</sup> 国家地震局工程地震研究中心, 1994. 地震安全性评价工作规范培训教材(初稿).

到了基岩峰值加速度危险性曲线(图 2). 图中最下面一条为潜源 1 的概率贡献, 中间一条为潜源 2 的概率贡献, 最上面一条为两潜源的概率贡献和. 纵轴为年超越概率, 横轴为峰值加速度, 单位为  $\text{m/s}^2$ .

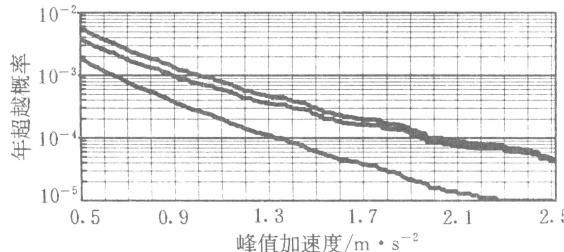


图 2 基岩峰值加速度危险性曲线

在合成地震动中, 时程采样步长取  $0.01 \text{ s}$ ; 由于土层反应是在频域中进行, 为保证控制精度, 反应谱控制点选取满足  $0.05 \sim 5.00 \text{ s}$  之间在频率轴均匀的要求. 对潜源 1, 控制点点数取 200 点, 潜源 2 由于为近震、小震, 其持时普遍较短, 控制点点数取 100 点. 反应谱各控制点与目标值的相对误差均控制在 5% 以内.

考虑衰减公式的不确定性时, 对每个地表控制点每一条地震加速度时程均要计算  $2L+1$  条基岩加速度时程的土层反应. 本例取  $L=10$ , 故每个地表控制点均要计算的土层反应次数为  $(194+87) \times 21 = 5901$ . 利用式(15)、(16)对得到的地表地震动参数作统计, 可得到相应地表控制点的危险性分析结果. 作为算例, 我们计算了某场地控制点(埋深  $17.8 \text{ m}$ , 波速列于表 2 中的波速 1)的地表危险性分析结果. 为说明埋深、波速对结果的影响, 还计算了波速及埋深略作修改的另一综合柱状图(表 2 中的波速 2)的地表危险性分析结果(土类及相应的动三轴曲线略, 单位采用米·千克·秒制)为便于叙述, 下文称波速为波速 1 的控制点为控制点 1, 另一个控制点为控制点 2.

表 2 控制点 1, 2 的土层综合柱状图

埋深	2.50	4.40	6.60	7.80	16.0	16.8	17.8	40.0	基岩面
密度	1 820	1 820	1 850	1 700	1 710	1 740	1 860	1 860	2 000
波速 1	105	176	176	176	115	285	285		800
波速 2	105	176	176	176	225	285	285	350	800

图 3 分别为地表控制点 1, 2 的危险性曲线. 下面一条为控制点 1 的危险性曲线, 上面一条为控制点 2 的危险性曲线. 由图可见, 由于土层反应的影响, 两地表控制点的危险性曲线有明显差异. 在 50 年超越概率取 10% (年超越概率 0.0021) 时, 基岩峰值加速度为  $0.8 \text{ m/s}^2$ , 控制点 1 为  $1.2 \text{ m/s}^2$ , 控制点 2 为  $1.9 \text{ m/s}^2$ . 在 50 年超越概率取 3% (年超越概率 0.00061) 时, 基岩峰值加速度为  $1.3 \text{ m/s}^2$ , 控制点 1 为  $1.2 \text{ m/s}^2$ , 控制点 2 大于  $2.5 \text{ m/s}^2$ .

同样, 我们亦可以统计出各反应谱控制点的危险性曲线. 为减小篇幅, 其危险性曲线

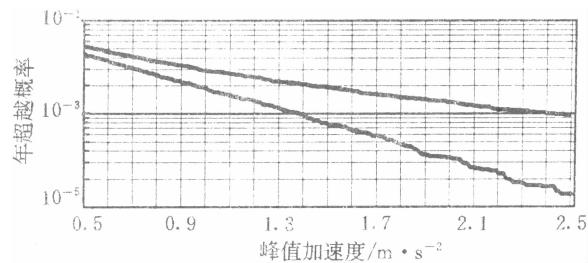


图 3 控制点 1 的地表峰值加速度危险性曲线

不一一给出. 图 4a, b 分别给出了 50 年超越概率为 10% 时控制点 1, 2 的具有物理意义的地表加速度反应谱. 为比较具有物理意义方法与传统方法的差异, 本文利用相同的参数, 按传统方法计算了上述两控制点的地表地震动参数, 其结果亦同图 4 显示. 由图 4 可见, 控制点 1 两种方法在周期 0.2~1 s 之间有较明显的差异(最大相对误差为 30%), 而控制点 2 则无明显的差异.

## 4 结论和建议

本方法和传统的一致概率法的差别(方法误差)表现在土层对不同震级、不同震中距的地震动的反应不同. 由于衰减关系、土层力学模型、柱状图、波速分布和动三轴曲线均是影响土层反应的因素, 所以, 上述差别随土层特征的不同而不同. 上述算例表明, 两个不同的土层, 在衰减关系、动三轴曲线不变的条件下用本方法和传统的一致概率法算得的地表加速度反应谱, 一个在周期为 0.2~1 s 之间有较明显的差异, 而另一个则无明显的差异. 由于土层反应的复杂性, 在无法保证可忽略方法误差的条件下, 建议采用本文提出的方法.

我们知道, 衰减关系、土层力学模型、柱状图、波速分布和动三轴曲线等本身误差亦能带来地表地震动参数的估计误差. 由于方法误差叠加在这些误差之上, 在无法保证可忽略方法误差的条件下, 亦建议采用本文提出的方法.

由于本方法支持直接采用天然地震动时程, 随着强震观测资料的积累, 本方法保证其结果将越来越接近实际. 采用本文提出的方法, 可充分发挥强震观测资料的作用.

## 参 考 文 献

- 国家地震局, 1996. 中国地震烈度区划图(1990)概论. 北京: 地震出版社. 6  
胡聿贤, 1990. 地震工程学. 北京: 地震出版社. 205

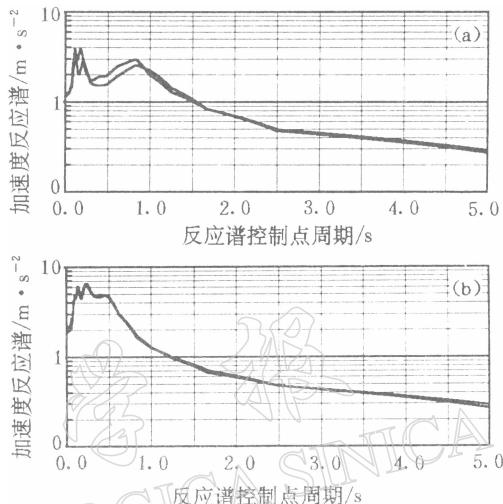


图 4 (a) 控制点 1 地表加速度反应谱;  
(b) 控制点 2 地表加速度反应谱