

# 结构模糊随机地震反应分析<sup>\*</sup>

张 跃

(中国北京 100084 清华大学土木工程系)

王光远

(中国哈尔滨 150001 哈尔滨建筑大学工程理论及应用研究所)

## 摘 要

抗震结构设计的地震荷载主要取决于预测地震烈度和场地土类别。地震干扰不仅具有明显随机性,而且还具有强烈的模糊性。产生模糊性的原因是由于地震烈度和场地土等级不可能有精确的定义和评定标准所引起的。在对受这种模糊随机地震干扰的结构系统作现实的分析 and 设计时,必须协调地和合理地处理这种由随机性与模糊性同时引起的不确定性。本文首先建立了地震地面运动的平稳与非平稳过滤白噪声模糊随机过程模型,然后应用我们建立的模糊随机动力系统理论(张跃,1991;张跃、王光远,1993),提出了单自由度体系和多自由度体系的模糊随机地震反应的分析方法。

主题词 模糊评定;模糊随机过程;地面运动;地震反应

## 引 言

因为地震波由沿断层的不规则滑动而产生,之后通过复杂的地构造而经过多次随机反射、折射和衰减。所以,对强地震地面运动采用随机模型似乎是适宜的。如果现有的地面运动资料是无限的,则可直接用统计分析来建立典型的随机模型。遗憾的是,强地面运动的加速度记录资料是有限的。因此,不得不假设模型的形式,而主要利用现有的强地面运动资料来检验这些模型形式是否适合(Clough and Penzien,1975)。

抗震结构设计的地震荷载主要取决于预测地震烈度和场地土类别。地震地面运动的随机性已被人们公认,但近期以来人们开始认识到地震描述的模糊性。产生模糊性的原因是由于地震烈度和场地土等级不可能有精确的定义和评定标准所引起的(Wang,1985; Wang *et al.*,1985a; 1985b; Zhang,1990; 张跃,1991; 张跃、王光远,1993)。地震烈度的模糊随机性和场地土类别的模糊性必然导致作为抗震结构干扰的地震地面运动的模糊随机性。因此,将地震地面运动模拟成模糊随机过程似乎是适宜的(张跃,1991; Wang and Zhang,1992; 王光远、张跃,1995)。

<sup>\*</sup> 中国煤炭科学基金和中国博士后科学基金资助课题。

1993 年 11 月 22 日收到初稿,1994 年 9 月 19 日收到修改稿并决定采用。

当把地震干扰作为模糊随机过程处理时, 结构系统的地震响应自然也是模糊随机过程. 在这种处理方式下, 迫使我们应用文献(张跃、王光远, 1993)中的模糊随机动力系统理论来研究结构系统的模糊随机振动, 其主要目的是研究结构系统输入模糊随机干扰的特征、结构模糊随机响应的确定和在模糊随机干扰下结构安全性的评价. 本文首先建立了地震地面运动的平稳与非平稳过滤白噪声模糊随机过程模型, 然后应用我们建立的模糊随机动力系统理论(张跃, 1991; 张跃、王光远, 1993), 提出了单自由度体系和多自由度体系的模糊随机地震反应的分析方法.

## 1 场地土类别的模糊性

在进行抗震结构设计时, 一般要根据场地土类别来确定场地土的动力特性, 而场地土类别存在强烈的模糊性, 其必然导致场地土的阻尼比和卓越频率的模糊性.

评定场地土类别需要综合考虑许多因素, 如平均剪切波速、覆盖层厚、水平脉动卓越周期、地基土的静承载力、地形条件、地下水位、土壤容重、冻土特性等. 为此, 王光远(1984; 1992)提出了多因素综合评定场地土类别的方法.

## 2 地震烈度的模糊随机性

地震区划图是一种基于地震历史记录和地质构造条件的对建筑场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度进行预测的方法. 这里, 随机性来源于地震发生的时间、地点和大小的不确定性, 而模糊性则来源于地震烈度自身, 即不同烈度等级之间边界是模糊的, 从一个等级到相邻的另一个等级也只能是逐渐过渡的, 而不是一刀切或跳跃式的离散点列. 遗憾的是, 像这样的地震区划图不容易绘制. 为了克服这一困难, Wang (1985)、Wang 等(1985a; 1985b)、Zhang(1990)、张跃(1991)、张跃等(1992)、张跃和王光远(1993)提出了一些尝试性的建议.

为了充分利用地震危险性分析的研究成果, 仍然采用离散的 12 个烈度等级, 并且假设整数烈度论域为

$$U = \{I_1, I_2, \dots, I_{12}\} = \{I, II, \dots, XII\}$$

但是, 每一个烈度等级  $I_j$  都应该是连续论域

$$V = \{I \mid I \in [0, 12]\} = [0, 12]$$

上的一个模糊子集  $\tilde{I}_j(I)$ ,  $\tilde{I}_j(I)$  称为模糊烈度等级(Wang, 1985), 地震烈度的论域本质上应该是连续的, 因为地震烈度作为地震强烈程度的综合度量只能是渐变的. 我们建议模糊烈度等级的隶属函数可取为(Wang, 1985):

$$\tilde{I}_j(I) = \frac{1}{2}[\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + 1] \quad I \in [I_j - 1, I_j + 1] \quad (1)$$

显然, 模糊烈度等级  $\tilde{I}_j$  是一有界闭模糊数(张跃, 1991; Wang and Zhang, 1992; 张跃、王光远, 1993; 王光远、张跃, 1995), 即  $\tilde{I}_j \in \mathcal{F}_0(R)$  (实直线  $R$  上全体有界闭模糊数组成的集合).

在地震发生后对烈度进行评定时, 仅仅存在模糊性, 而不存在随机性. 但是, 在地震发生前对烈度进行预测时, 不仅存在模糊性, 而且还存在随机性. 这是一个典型的

模糊随机预测问题,而且是一个值得进一步研究的重要课题。

在进行结构模糊可靠性分析时,我们建议用地震危险性分析的方法确定出建筑场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度  $I_j$  的概率  $P(I_j) = p_j, j=1, 2, \dots, 12$ , 并且

$$\sum_{j=1}^{12} P(I_j) = \sum_{j=1}^{12} p_j = 1 \quad (2)$$

同时,认为各等级的地震烈度  $I_j$  是连续论域  $V$  上的有界闭模糊数  $\tilde{I}_j$ , 其隶属函数由式(1)给出。在这种情形下,我们建议以地震烈度区划图为基础,先求出建筑场地所在地区的基本烈度,然后根据场地附近的地质构造,活动断层的位置、地形和地震历史资料对基本烈度进行修正,预估出该场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度的下限  $i_1$  和上限  $i_2$ 。实质上这是一个模糊随机预测问题,可用文献(Zhang, 1990; 张跃, 1991; 张跃、王光远, 1993; 王光远、张跃, 1995)中提出的模糊随机预测算法来处理。

**模糊预测地震烈度** 在对建筑场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度进行模糊随机估计的问题中,设基本事件空间  $\Omega = \{I_1, I_2, \dots, I_{12}\} = \{1, 2, \dots, 12\}$ 。我们可由分明的离散烈度等级  $I_j, j=1, 2, \dots, 12$  变换成相应的模糊烈度等级  $\tilde{I}_j, j=1, 2, \dots, 12$ 。这一模糊集值映射实质上是一个模糊随机变量  $X$  (张跃, 1989a, 1989b), 即

$$X: \Omega \rightarrow \mathcal{F}_0(R)$$

$$I_j \rightarrow X(I_j) = \tilde{I}_j = \frac{1}{2} [\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + \frac{1}{2}] \quad (3)$$

并且

$$P(X(I_j) = \tilde{I}_j) = P(I_j) = p_j \quad j = 1, 2, \dots, 12 \quad (4)$$

由王光远和张跃(1994)以及定理 4, 5, 8 可知, 模糊随机变量  $X$  的模糊数学期望  $E(X)$  可表示为

$$E(X) = \sum_{j=1}^{12} p_j \tilde{I}_j = \sum_{j=1}^{12} p_j \cdot \frac{1}{2} [\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + \frac{1}{2}] \quad (5)$$

称  $E(X)$  为模糊预测烈度 (Zhang, 1990), 记为  $\tilde{I}_0$ 。

建筑场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度的预估区间  $[i_1, i_2]$ , 可通过模糊预测烈度  $\tilde{I}_0$ , 应用文献(张跃, 1991; 王光远、张跃, 1995)中给出的模糊随机预测算法估算出来。具体估算步骤如下:

**步骤 1** 根据建筑场地的实际情况, 确定设防水平  $\alpha \in (0, 1]$ ;

**步骤 2** 对每个模糊烈度等级  $\tilde{I}_j, j=1, 2, \dots, 12$ , 确定  $\tilde{I}_j$  的  $\alpha$  水平集  $I_{j,\alpha}$  的下确界和上确界

$$I_{j,\alpha}^- = \inf\{I \in [I_j - 1, I_j + 1] \mid \frac{1}{2} [\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + \frac{1}{2}] \geq \alpha\} \quad (6)$$

$$I_{j,\alpha}^+ = \sup\{I \in [I_j - 1, I_j + 1] \mid \frac{1}{2} [\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + \frac{1}{2}] \geq \alpha\} \quad (7)$$

**步骤 3** 计算模糊预测烈度  $\tilde{I}_0$  的  $\alpha$  水平集

$$I_{0,a} = E_a(X) = [\sum_{j=1}^{12} p_j I_{j,a}^-, \sum_{j=1}^{12} p_j I_{j,a}^+] = [i_1, i_2] \quad (8)$$

步骤 4 适当调整设防水平  $\alpha$ , 重复步骤 1, 2, 3, 直到获得与实际问题相符的预估区间  $[i_1, i_2]$  为止;

步骤 5 计算模糊预测烈度  $I_0$  的支集

$$\text{supp } I_0 = [\sum_{j=1}^{12} p_j \text{supp } I_{j,a}^-, \sum_{j=1}^{12} p_j \text{supp } I_{j,a}^+] \quad (9)$$

其中

$$\text{supp } I_{j,a}^- = \inf\{I \in [I_j - 1, I_j + 1] \mid \frac{1}{2}[\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + \frac{1}{2}] > 0\} \quad (10)$$

$$\text{supp } I_{j,a}^+ = \sup\{I \in [I_j - 1, I_j + 1] \mid \frac{1}{2}[\sin(I - I_j + \frac{1}{2})\pi + \frac{1}{2}] > 0\} \quad (11)$$

最后得到的  $[i_1, i_2]$  就是在设防水平  $\alpha$  上, 建筑场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度的预估区间; 支集  $\text{supp } I_0$  就是在没有设防水平的情况下, 建筑场地在结构使用年限内可能发生的最大地震烈度的预估区间.

### 3 地震地面运动的平稳过滤白噪声模糊随机过程模型

由现有的地震地面运动加速度记录的 Fourier 分析表明, 即使在频率的一个有限区段内, Fourier 振幅谱也不是常数. 这些振幅谱有点波动的性质, 可能在一个或几个频率点上出现波峰, 而波峰随着频率的增大而衰减. 所有这些, 使我们可以假定, 只要适当选择过滤响应函数的特性, 一个有限持续时间的平稳过滤白噪声模糊随机过程  $a(t) =$

$\bigcup_{a \in (0,1]} a[a_1^-(t), a_1^+(t)]$  就能模拟实际的地震地面运动. 我们采用 Kanai 和 Tajimi 建议的过滤响应函数 (Kanai, 1975; Tajimi, 1960)

$$|H_{1,a}^\pm(\omega)|^2 = \frac{1 + 4\zeta_g^2 (\omega/\omega_g)^2}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\zeta_g^2 (\omega/\omega_g)^2} \quad (12)$$

根据这一过滤响应函数, 过滤过程  $a_{1,a}^-(t)$  和  $a_{1,a}^+(t)$  的功率谱密度函数分别为

$$\Phi_{a_{1,a}^-, a_{1,a}^-}(\omega) = |H_{1,a}^-(\omega)|^2 \Phi_{a_a^-, a_a^-}(\omega) \quad -\infty < \omega < \infty \quad (13)$$

$$\Phi_{a_{1,a}^+, a_{1,a}^+}(\omega) = |H_{1,a}^+(\omega)|^2 \Phi_{a_a^+, a_a^+}(\omega) \quad -\infty < \omega < \infty \quad (14)$$

其中,  $\Phi_{a_{1,a}^-, a_{1,a}^-}(\omega)$  和  $\Phi_{a_{1,a}^+, a_{1,a}^+}(\omega)$  分别是过程  $a_1^-(t)$  和  $a_1^+(t)$  的功率谱密度函数. 响应函数式 (12) 中的参数  $\omega_g$  和  $\zeta_g$  分别为某种地面特征频率和特征阻尼比.

对模糊随机过程  $a(t)$  第一次过滤所得到的模糊随机过程可表示为

$$a_1(t) = \bigcup_{a \in (0,1]} a[a_{1,a}^-(t), a_{1,a}^+(t)] \quad (15)$$

值得指出的是: 上述的过滤削减了高频分量, 而放大了邻近于  $\omega_g$  的频率分量. 因为它不改变  $\omega \rightarrow 0$  处的振幅, 而对于很低的频率分量可能产生一些困难. 当注意到地面运动速度和地面位移的功率谱密度函数是由式 (13) 和 (14) 分别除以  $\omega^2$  和  $\omega^4$  而求得时, 很容易发现产生这种困难的原因是: 由于在  $\omega = 0$  处出现了奇异点, 它使该处地面速度和

地面位移的方差无界. 对于这些不符合要求的奇异点, 可以使过程  $a_{1,a}^-(t)$  和  $a_{1,a}^+(t)$  通过另一个主要是削减极低的频率分量的过滤器来消除. 对这两个过程而言, 一个适合的过滤具有如下响应函数:

$$|H_{2,a}^\pm(\omega)|^2 = \frac{(\omega/\omega_1)^4}{[1 - (\omega/\omega_1)^2]^2 + 4\zeta_1^2 (\omega/\omega_1)^2} \quad (16)$$

其中, 频率参数  $\omega_1$  和阻尼参数  $\zeta_1$  是为了给出所需要的过滤特性而选择的. 由此过滤得出的输出过程  $a_{2,a}^-(t)$  和  $a_{2,a}^+(t)$  分别具有如下形式的功率谱密度函数:

$$\Phi_{a_{2,a}^-, a_{2,a}^-}(\omega) = |H_2^-(\omega)|^2 \Phi_{a_2^-, a_2^-}(\omega) \quad \omega \in (-\infty, \infty) \quad (17)$$

$$\Phi_{a_{2,a}^+, a_{2,a}^+}(\omega) = |H_2^+(\omega)|^2 \Phi_{a_2^+, a_2^+}(\omega) \quad \omega \in (-\infty, \infty) \quad (18)$$

其中

$$|H_2^\pm(\omega)|^2 = |H_{1,a}^\pm(\omega)|^2 |H_{2,a}^\pm(\omega)|^2 \quad (19)$$

上述对模糊随机过程第二次过滤所得到的模糊随机过程可表示为

$$\tilde{a}_2(t) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha [a_{2,a}^-(t), a_{2,a}^+(t)] \quad (20)$$

对过程  $a_a^-(t)$  和  $a_a^+(t)$  的第一次过滤可按如下进行: 用电子计算机和标准的数值积分法对于  $Y_{r,a}^\pm$  解微分方程

$$\ddot{Y}_{r,a}^\pm + 2\zeta_g \omega_g \dot{Y}_{r,a}^\pm + \omega_g^2 Y_{r,a}^\pm = -a_{r,a}^\pm(t) \quad r = 1, 2, \dots \quad (21)$$

于是, 第一次过滤模糊随机过程  $a_{1r}(t)$  由下式给出:

$$\tilde{a}_{1r}(t) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha [-2\zeta_g \omega_g \dot{Y}_{r,2}^- - \omega_g^2 Y_{r,2}^-, -2\zeta_g \omega_g \dot{Y}_{r,a}^+ - \omega_g^2 Y_{r,a}^+] \quad (22)$$

同样, 第二次过滤可对  $Z_{r,a}^\pm$  解微分方程

$$\ddot{Z}_{r,a}^\pm + 2\zeta_1 \omega_1 \dot{Z}_{r,a}^\pm + \omega_1^2 Z_{r,a}^\pm = -a_{1r,a}^\pm(t) \quad r = 1, 2, \dots \quad (23)$$

因此, 第二次过滤所得到的模糊随机过程  $a_{2r}(t)$  为

$$\tilde{a}_{2r}(t) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha [Z_{r,a}^-, Z_{r,a}^+] \quad (24)$$

对于所要求的平稳过滤白噪声模糊随机过程的所有元素, 可以由重复这种过程  $m$  次来求得.

#### 4 地震地面运动的非平稳过滤白噪声模糊随机过程模型

为了得到一个更具代表性的强地面运动过程, 可以考虑实际加速度记录的非平稳特性、场地土类别的模糊性和地震烈度的模糊随机性. 为此, 我们将地震地面加速度模拟成为时间  $t$  的一个确定性函数和一个平稳过滤白噪声模糊随机过程的乘积, 即由下式给出的非平稳模糊随机过程  $\tilde{a}(t)$ :

$$\tilde{a}(t) = \sigma_a(t) \tilde{a}_2(t) \quad (25)$$

其中,  $\tilde{a}_2(t)$  由式(20)给定;  $\sigma_a(t)$  是基于实际加速度记录统计分析得到的适当形式的确定性函数. 我们采用王光远(1964)建议的形式.

$$\sigma_a(t) = \sigma_{\max} \left[ \frac{t}{c} \exp(1 - \frac{t}{c}) \right]^b \quad (26)$$

式中,  $\sigma_{\max} = \max(\sigma_a(t))$  代表函数的峰值,  $c$  为峰点到坐标原点的距离,  $b$  是决定函数曲线形状的正常数.

## 5 结构模糊随机地震反应

在第 3,4 节中, 我们已建立了地震地面运动的模糊随机过程模型. 由于作为抗震结构干扰的地震地面运动是一个模糊随机过程, 从而使得结构体系的地震反应也将成为一个模糊随机过程. 在这种处理方式下, 迫使我们应用(张跃和王光远 (1993) 中的模糊随机动力系统理论来研究结构系统的模糊随机振动, 其主要目的是研究结构系统输入模糊随机干扰的特征、结构模糊随机响应的确定和在模糊随机干扰下结构安全性的评价.

### 5.1 单自由度体系的模糊随机地震反应

设有一线性单自由度模糊随机动力体系, 在基础支承处受到地震动加速度

$$\ddot{U}_g(t) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha \{ \ddot{U}_{g,a}^-(t), \ddot{U}_{g,A}^+(t) \}$$

的作用, 并且  $\ddot{U}_{g,a}^-(t)$  和  $\ddot{U}_{g,a}^+(t)$  分别是强度为  $\Phi_0^-$  和  $\Phi_0^+$  的平稳白噪声随机过程, 则该线性单自由度体系对于地面加速度  $\ddot{U}_g(t)$  的反应将由下列方程确定:

$$\ddot{U}(t) + 2\zeta\omega_0 \dot{U}(t) + \omega_0^2 U(t) = -\ddot{U}_g(t) \quad (27)$$

其中,  $U(t)$  是质量相对于运动支座的模糊位移.

由文献(张跃, 1991; 张跃, 王光远, 1993)中建立的单自由度动力系统对模糊随机干扰的响应分析理论可得到

$$R_{UU}(\tau) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha \left\{ \frac{\pi\Phi_0^-}{2\zeta\omega_0^3} e^{-\zeta\omega_0|\tau|} (\cos|\tau| + \frac{\omega_0\zeta}{\omega_d} \sin\omega_d|\tau|), \right. \\ \left. \frac{\pi\Phi_0^+}{2\zeta\omega_0^3} e^{-\zeta\omega_0|\tau|} (\cos\omega_d|\tau| + \frac{\omega\zeta}{\omega_a} \sin\omega_a|\tau|) \right\} \quad (28)$$

$$R_{\dot{U}\dot{U}}(\tau) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha \left\{ \frac{\pi\Phi_0^-}{2\zeta\omega_0} e^{-\zeta\omega_0|\tau|} (\cos\omega_d|\tau| - \frac{\zeta}{\omega_d} \sin\omega_d|\tau|), \right. \\ \left. \frac{\pi\Phi_0^+}{2\zeta\omega_0} e^{-\zeta\omega_0|\tau|} (\cos\omega_d|\tau| - \frac{\zeta}{\omega_d} \sin\omega_d|\tau|) \right\} \quad (29)$$

$$\sigma_{\dot{U}}^2 = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha \left[ \frac{\pi\Phi_0^-}{2\zeta\omega_0^3}, \frac{\pi\Phi_0^+}{2\zeta\omega_0^3} \right] \quad (30)$$

$$\sigma_{\dot{U}}^2 = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha \left[ \frac{\pi\Phi_0^-}{2\zeta\omega_0}, \frac{\pi\Phi_0^+}{2\zeta\omega_0} \right] \quad (31)$$

$$\Phi_{U_a^\pm U_a^\pm}(\omega) = \frac{\Phi_0^\pm \omega_0^{-4}}{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 4\zeta^2 (\omega/\omega_0)^2} \quad (32)$$

$$\Phi_{U_a^\pm U_a^\pm}(\omega) = \frac{\Phi_0^\pm (\omega/\omega_0)^2 \omega_0^{-2}}{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 4\zeta^2 (\omega/\omega_0)^2} \quad (33)$$

如果假设地面加速度  $\ddot{U}(t) = a_2(t)$  是第 3 节中讨论的平稳白噪声模糊随机过程, 并

且  $a_{2,a}^-(t)$  和  $a_{2,a}^+(t)$  的功率谱密度函数  $\Phi_{a_{2,a}^-, a_{2,a}^-}(\omega)$  和  $\Phi_{a_{2,a}^+, a_{2,a}^+}(\omega)$  分别由式(17)和(18)给定, 我们只要将  $\Phi_0^\pm$  替换为  $\Phi_{a_{2,a}^\pm, a_{2,a}^\pm}(\omega)$ , 则式(32)和(33)仍然成立.

## 5.2 多自由度体系的模糊随机地震反应

对于离散多自由度模糊随机动力体系, 当所有支座点承受相同的平稳加速度  $\ddot{U}_g(t)$  时, 其线性反应可用文献(张跃, 1991; 张跃、王光远, 1993)所述的正则振型叠加来确定. 因此, 模糊随机干扰可变为

$$P_{j,a}^\pm(t) = -\ddot{U}_{g,a}^\pm(t) \sum_i m_i \Phi_{ij} = \Phi_j^T m_g \{1\} \ddot{U}_{g,a}^\pm(t) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

对于反应  $\tilde{U}(t)$  的模糊相关函数可由下式给出:

$$R_{\tilde{U}\tilde{U}}(\tau) = \bigcup_{a \in (0,1]} \alpha \{R_{U_{k,a}^-, U_{r,a}^-}(\tau), R_{U_{k,a}^+, U_{r,a}^+}(\tau)\} \quad (35)$$

其中,  $R_{U_{k,a}^\pm, U_{r,a}^\pm}(\tau)$  由下式给定:

$$R_{U_{k,a}^\pm, U_{r,a}^\pm}(\tau) = \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^n u_k^j u_r^p L_j L_p \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} H_{j,a}^\pm(\omega) H_{p,a}^\pm(\omega) \Phi_{F_q^\pm, F_q^\pm}(\omega) d\omega \quad (36)$$

其中,  $L_j = \sum_{l=1}^n a_l u_l^j$ ,  $L_p = \sum_{q=1}^n a_q u_q^p$

## 参 考 文 献

- 王光远, 1964. 在非平稳地震作用下结构反应的分析方法. 土木工程学报, **10**, 4, 14—22.
- 王光远, 1984. 论综合评判几种数学模型的实质及其应用. 模糊数学, **4**, 4, 81—88.
- 王光远, 1992. 工程软设计理论, 417pp. 科学出版社, 北京.
- 王光远、张跃, 1994. 模糊随机过程论, 389pp. 贵州科学技术出版社, 贵阳.
- 张跃, 1989a. 模糊随机变量. 哈尔滨建筑工程学院学报, **22**, 3, 12—21.
- 张跃, 1989b. 模糊随机向量. 哈尔滨建筑工程学院学报, **22**, 4, 27—41.
- 张跃, 1991. 模糊随机过程论与模糊随机振动理论, p. 274. 哈尔滨建筑工程学院博士学位论文.
- 张跃、邹寿平、宿芬, 1992. 模糊数学方法及其应用, 516pp. 煤炭工业出版社, 北京.
- 张跃、王光远, 1993. 模糊随机动力系统理论, 258pp. 科学出版社, 北京.
- Clough, R. W. and Penzien, J., 1975. *Dynamics of Structures*, 634pp. McGraw-Hill Book Company.
- Kanal, K., 1975. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. *Univ. Tokyo Bull. Earthq. Res. Inst.*, **35**, 309—325.
- Tajimi, H., 1960. A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake. *Proc. 2nd World Conf. Earthq. Eng.*, **II**, 781—798.
- Wang, G. Y., 1985. Two-stage comprehensive evaluation of earthquake intensity and application. *Earthq. Eng. and Struc. Dynamics*, **13**, 1, 23—34.
- Wang, G. Y. and Wang, W. Q., 1985a. Fuzzy optimum design of aseismic structures. *Earthq. Eng. and Struc. Dynamics*, **13**, 6, 827—837.
- Wang, G. Y. and Wang, W. Q., 1985b. Fuzzy optimum design of structures. *Eng. Optimization*, **8**, 4, 291—300.
- Wang, G. Y. and Ou, J. P., 1987. Fuzzy random vibration of multi-degree-of-freedom hysteretic systems subjected to earthquakes. *Earthq. Eng. and Struc. Dynamics*, **15**, 539—548.
- Wang, G. Y. and Zhang, Y., 1992. The theory of fuzzy stochastic processes. *Fuzzy Sets and Systems*, **51**, 161—178.
- Zhang, Y., 1990. Fuzzy random predicting earthquake intensity. *Proc. of the Intern. Conf. on Struct. Eng. and Comput.*, 659—700. Peking University Press, Beijing.