

\*\*\*\*\*  
\* 研究简报 \*  
\*\*\*\*\*

## 确定烈度衰减关系的椭圆投影两步拟合法

郁曙君

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

传统做法求烈度衰减关系存在两个方面的问题:(1)仅沿长短轴两个方向采样;(2)所用的烈度衰减公式为

$$I = b_0 + b_1 M + b_2 \ln(R + R_0)$$

这是一簇互相平行的曲线.事实上,不同强度的地震的烈度衰减是不同的.由此造成目前所用的烈度衰减关系对高震级在远场总是偏高.这个问题对于山区更为突出.在中国东部地区一个7.5级以上强震要波及半个中国,然而在川滇地区却仅限于相邻各省.目前所用的烈度衰减关系是不能反映这种差异的.

为了解决上述问题,本文提出了一种新方法——椭圆投影两步拟合法.

### 1. 椭圆投影法求采样点的长短轴半径

为了充分利用等震线,全方位地获得地震烈度信息,本文提出椭圆投影法.以 $(u, v)$ 表示等震线的采样点在数字化仪坐标系下的坐标,简称旧坐标.而以 $(x, y)$ 表示以该地震各条等震线的公共中心 $(u_0, v_0)$ 为原点,以等震线的长轴方向为 $x$ 轴、短轴方向为 $y$ 轴的坐标系下的坐标,简称新坐标.新旧坐标之间应有如下关系:

$$\begin{aligned} x &= (u - u_0) \cos \alpha + (v - v_0) \sin \alpha \\ y &= -(u - u_0) \sin \alpha + (v - v_0) \cos \alpha \end{aligned}$$

式中, $\alpha$ 是新旧坐标系的旋转角.当等震线的内外圈圆点和轴线明显有偏离时,一般以形状比较一致的几条等震线为准;对于特别不规则的等震线资料,则予以删除.

椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

令  $X = x^2$ ,  $Y = y^2$ ,  $b_0 = b^2$ ,  $b_1 = -\frac{b^2}{a^2}$ , 则有

$$Y = b_0 + b_1 X$$

利用回归分析就能求得各条等震线的拟合椭圆的长短轴半径 $(a, b)$ 和偏心率 $(e)$

$$a = \sqrt{-\frac{b_0}{b_1}} \quad b = \sqrt{b_0} \quad e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

\* 地震科学联合基金会资助项目,国家地震局地球物理研究所论著 92 A0057.

1991年10月21日收到本文初稿,1992年2月19日决定采用.

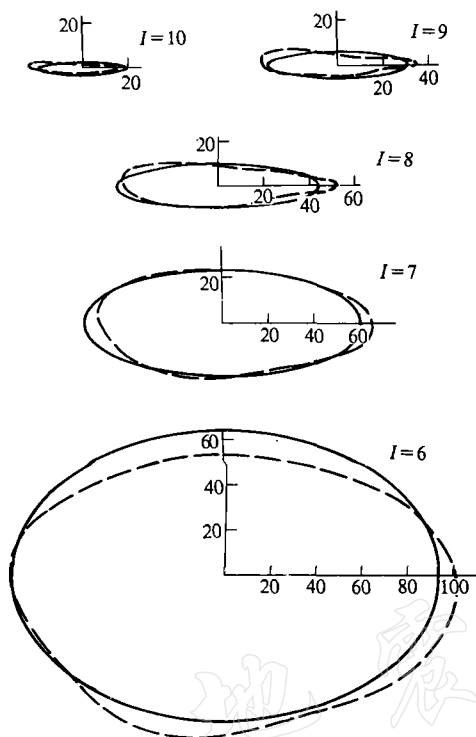


图 1 1973 年 2 月 6 日炉霍 7.7 级地震的等震线及相应的拟合椭圆,虚线为采样点;实线为拟合椭圆

假设每条等震线上的采样点都具有和该条等震线的拟合椭圆相同的偏心率,则可求得与每个样本点相对应的长短轴半径(图 1)

$$R_a = \sqrt{\frac{(1-e^2)x^2 + y^2}{1-e^2}}$$

$$R_b = \sqrt{(1-e^2)x^2 + y^2}$$

## 2. 两步拟合法

求衰减关系分两步进行.首先将资料按震级的大小分为若干档,对于每一档的地震来说,烈度  $I$  对距离  $R$  的回归方程为

$$I = b_0 + b_1 \ln(R + R_0) \quad (1)$$

然后将  $b_0$  和  $b_1$  看作是震级的线性函数,即

$$b_0 = c_0 + c_1 M_c \quad (2-1)$$

$$b_1 = c_2 + c_3 M_c \quad (2-2)$$

式中,  $M_c$  是各档中最大和最小震级的平均值.由残差平方和最小线性回归可以求出  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  和  $c_3$ .综合(1)式和(2)式,最终求得衰减关系为

$$I = c_0 + c_1 M + (c_2 + c_3 M) \ln(R + R_0)$$

## 3. 限头回归

为了在  $R=0$  处长短轴衰减关系具有相同的

烈度值,推导出一种新的回归方法——限头回归.

对于每一档的地震来说,衰减关系为(1)式.如果  $R=0$ ,则

$$I_c = b_0 + b_1 \ln(R_0)$$

本文称  $I_c$  为中心烈度,即  $R=0$  这一点的烈度,由此立即可以得出

$$b_0 = I_c - b_1 \ln(R_0) \quad (3)$$

将(3)式代入(1)式,则有

$$I - I_c = b_1 \ln\left(1 + \frac{R}{R_0}\right) \quad (4)$$

令  $y = I - I_c$ ,  $x = \ln\left(1 + \frac{R}{R_0}\right)$ , 则有

$$y = b_1 x$$

式中,  $b_1$  一般可由残差平方和最小线性回归求得.本文介绍一种更为合理的方法——距离平方和最小线性回归.推导如下:

从样本点到回归线  $y = b_1 x$  的距离为(见图 2)

$$d_i = (y_i - y) \cos \alpha = \frac{y_i - b_1 x_i}{\sqrt{1 + b_1^2}}$$

则

$$S = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - b_1 x_i)^2}{1 + b_1^2}$$

为了使  $S$  达到最小,  $b_1$  应该满足  $\frac{\partial S}{\partial b_1} = 0$ , 由此可以得出

$$\left[ \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] b_1^2 + \left[ \sum_{i=1}^n (x_i^2 - y_i^2) \right] b_1 - \left[ \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] = 0$$

因此

$$b_1^2 + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - y_i^2)}{\sum_{i=1}^n (x_i y_i)} b_1 - 1 = 0$$

令

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - y_i^2)}{\sum_{i=1}^n (x_i y_i)}$$

则

$$b_1^2 + \lambda b_1 - 1 = 0$$

因此

$$b_1 = \frac{-\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 + 4}}{2}$$

因为  $I < I_c$ , 并且  $\ln(1 + \frac{R}{R_0}) > 0$ , 从(4)式可以得到  $b_1 < 0$

因此

$$b_1 = \frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 + 4}}{2}$$

将  $b_1$  代入(3)式, 就可以求得  $b_0$ .

#### 4. 求中心烈度

用中国云南和四川省的 460 次地震的资料(顾功叙主编, 1983; 闵子群等, 1983), 求得震中烈度  $I_0$  对震级  $M$  的回归方程为

$$I_0 = -1.4939 + 1.5199 M$$

$$\sigma = 0.2889$$

根据经验我们认为  $I_c = I_0 + 0.5$ , 因此  $I_c = -1.4939 + 1.5911 M + 0.5$ .

#### 5. 川滇地区的烈度衰减关系

本文共采用了 108 次地震的等震线. 首先对全部资料采用公式(1)进行分档拟合. 结果表明,  $b_0$  和  $b_1$  与震级之间没有明显的线性关系. 因此, 这种将全部资料拿来一揽子拟合的做法是不合适的. 通过分析对比, 将川滇地区按地区和衰减情况分成 5 个地震带区: 通海—甘孜和四川省西南部; 腾冲—澜沧及昭通; 四

川省东北部; 云南省西北部; 普洱. 前两个带区取得了比较满意的结果(图 3), 计算的中间结果列于表 1 和表 2. 图 4 展示了一区各档拟合的情况. 其它几个带区由于  $b_0$  和  $b_1$  明显不是震级的线性函数而得不到合理的衰减关系. 然而对比表明, 它们是符合 1 区的衰减关系的. 因此我们得到:

(1) 腾冲、澜沧及昭通地区的烈度衰减关系为

$$I_0 = 1.6734 + 2.8742M - (0.8285 + 0.4207M) \cdot \ln(R + 25)$$

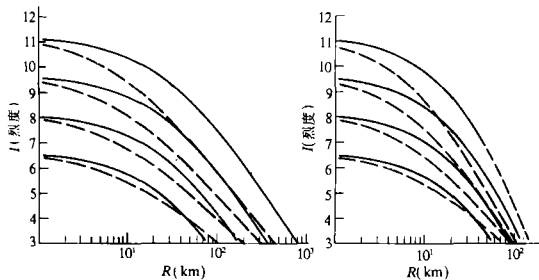


图 3 烈度衰减曲线 ( $M=5-8$ )

左边为 1 区; 右边为 2 区; 实线为长轴, 虚线为短轴

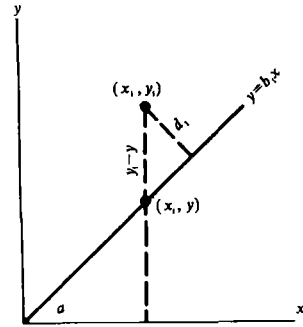


图 2 距离平方和最小线性回归示意图

$$I_b = -2.9610 + 2.4801M + (1.0108 - 0.4934M)\ln(R+7)$$

$$\sigma_a = 0.8563 \quad \sigma_b = 0.6672$$

(2) 其它地区的衰减关系为

$$I_a = 8.3681 + 1.2900M - (2.9086 - 0.0714M)\ln(R+25)$$

$$I_b = -0.6215 + 1.9528M - (0.1915 + 0.2224M)\ln(R+7)$$

$$\sigma_{a1} = 0.6764 \quad \sigma_{b1} = 0.5365$$

$$\sigma_{a3} = 0.6124 \quad \sigma_{b3} = 0.6268$$

$$\sigma_{a4} = 0.8754 \quad \sigma_{b4} = 0.7696$$

$$\sigma_{a5} = 0.6120 \quad \sigma_{b5} = 0.5307$$

可以证明在  $R=0$  处,  $I_a = I_b$ . 该衰减关系与所用资料的吻合程度比传统做法好.

表 1 1 区第一步拟合的结果

档 次	No	时 间	$M_s$	地 点	中心震级	样本点数	长 轴	短 轴
1 (7.6-8.0)	1	1833.09.06	8.0	嵩明杨林	7.8	1518	$b_0: 18.9585$ $b_1: -2.5155$	14.6773 -1.9610
	2	1786.06.01	7.8	康定、泸定				
	3	1970.01.05	7.7	通海				
	4	1973.02.06	7.6	炉霍				
2 (7.3-7.5)	5	1850.09.12	7.5	西昌普格间	7.4	1850	$b_0: 17.3050$ $b_1: -2.1907$	13.9117 -1.8800
	6	1870.04.11	7.5	巴塘				
	7	1955.04.14	7.5	康定折多塘				
	8	1893.08.29	7.3	道孚乾宁				
	9	1923.03.24	7.3	炉霍道孚间				
	10	1948.05.25	7.3	理塘				
3 (6.8-7.0)	11	1913.12.21	7.0	峨山	6.9	953	$b_0: 17.3317$ $b_1: -2.4351$	12.8483 -1.7241
	12	1981.01.24	6.9	道孚附近				
	13	1952.09.30	6.8	冕宁石龙				
	14	1967.08.30	6.8	炉霍朱倭				
4 (6.3-6.5)	15	1966.02.05	6.5	东川	6.4	534	$b_0: 16.0556$ $b_1: -2.2748$	11.5726 -1.4590
	16	1985.04.18	6.3	禄劝				
5 (5.8-6.0)	17	1913.08	6.0	冕宁小盐井	5.9	808	$b_0: 16.7859$ $b_1: -2.7377$	10.8965 -1.5021
	18	1930.05.15	6.0	巧家新塘湾				
	19	1941.06.12	6.0	康定金汤				
	20	1982.06.16	6.0	甘孜西北				
	21	1950.09.13	5.8	建水开远				
	22	1972.09.27	5.8	康定塔公				
	23	1973.09.09	5.8	甘孜生康				
6 (5.0-5.5)	24	1918.08.14	5.5	巧家	5.3	894	$b_0: 14.9854$ $b_1: -2.4617$	9.8887 -1.4529
	25	1972.01.23	5.5	石屏红河间				
	26	1985.09.02	5.3	建水西南				
	27	1975.07.09	5.2	建水岔科				
	28	1989.06.09	5.2	石棉				
	29	1965.05.24	5.0	峨山东南				

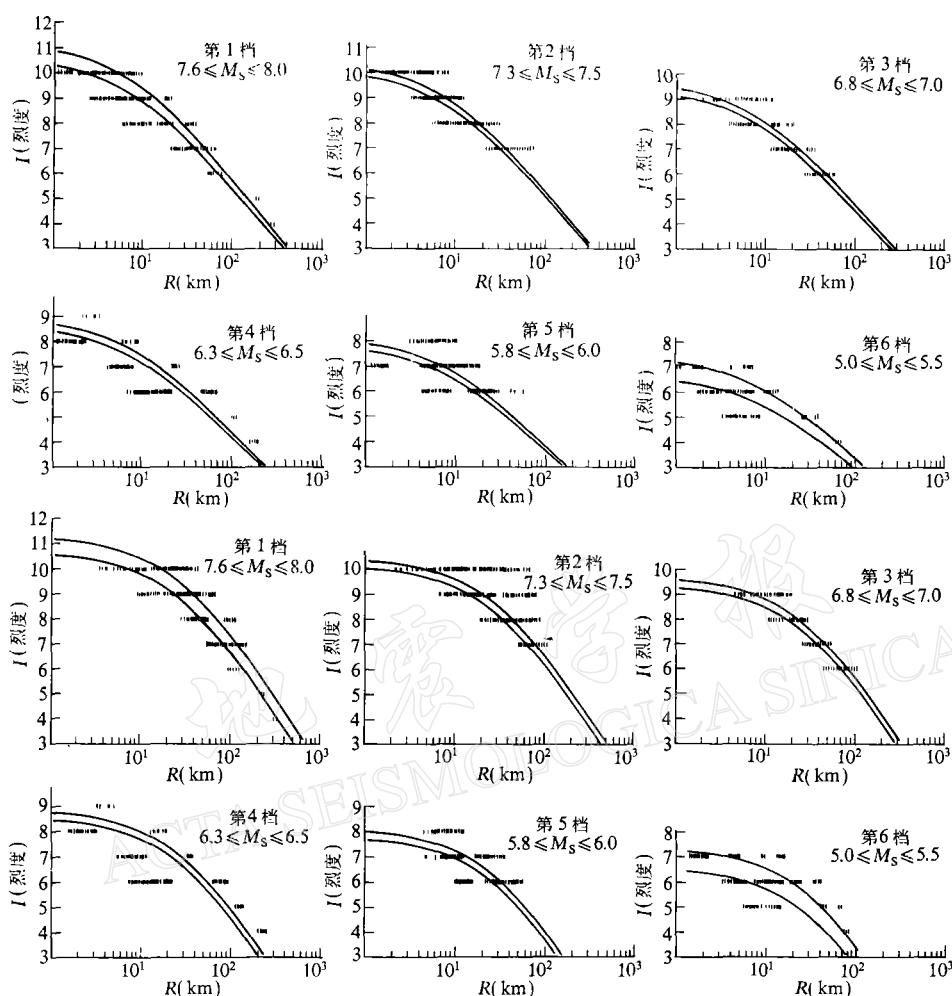
图4 1区实际资料与衰减关系对比图( $M$  = 各档中的最大和最小震级)

表2 2区第一步拟合的结果

档次	No	时 间	$M_s$	地 点	中心震级	样本点数	长 轴	短 轴
1 (7.0-7.3)	1	1976.05.29	7.3	龙陵平达朝阳	7.15	1100	$b_0: 22.2117$ $b_1: -3.8331$	14.7873 -2.5252
	2	1988.11.06	7.2	澜沧				
	3	1974.05.11	7.1	大关北				
	4	1941.05.16	7.0	耿马大寨				
	5	1941.12.26	7.0	勐海西北				
2 (6.5-6.8)	6	1917.07.31	6.8	大关吉利铺	6.65	573	$b_0: 20.8026$ $b_1: -3.6315$	13.5107 -2.2598
	7	1976.07.21	6.6	腾冲团田乡				
	8	1952.06.19	6.5	澜沧募乃间				
	9	1976.05.31	6.5	潞西大香树				
3 (5.0-5.4)	10	1966.09.19	5.4	瑞丽				
	11	1970.07.31	5.4	雷波沙陀				
	12	1973.08.02	5.2	彝良牛街东				
	13	1975.03.08	5.2	盐津普洱渡西				

续表 2

档 次	No	时 间	$M_s$	地 点	中心震级	样本点数	长 轴	短 轴
3 (5.0-5.4)	14	1966.10.11	5.1	永善	5.2	1254	$b_0: 16.6149$	9.9409
	15	1973.06.02	5.1	腾冲龙陵间			$b_1: -3.0151$	-1.5578
	16	1973.04.22	5.0	彝良东				
	17	1954.10.24	5.0	自贡				
	18	1985.03.29	5.0	自贡				

本项工作得到胡聿贤先生的指导,金严提供了资料 and 与采样有关的程序,时振梁和张少泉对初稿提出了宝贵的意见,在此一并表示衷心感谢.

### 参 考 文 献

顾功叙主编, 1983. 中国地震目录(公元 1970-1979), 257-277. 地震出版社, 北京.

国家地震烈度区划编图组, 1979. 中国地震等烈度线图集. 地震出版社, 北京.

闵子群、沈斯伟, 1983. 886-1981 年云南地区  $\geq 4.7$  地震目录. 地震研究, 6, 699-711.

谢毓寿主编, 1983. 中国地震历史资料汇编, 567-777. 科学出版社, 北京.