

\*\*\*\*\*  
研究简报  
\*\*\*\*\*

## 确定烈度衰减关系的椭圆投影两步拟合法

郁曙君

(中国北京 100081 国家地震局地球物理研究所)

传统做法求烈度衰减关系存在两个方面的问题:(1)仅沿长短轴两个方向采样; (2)所用的烈度衰减公式为

$$I = b_0 + b_1 M + b_2 \ln(R + R_0)$$

这是一簇互相平行的曲线.事实上,不同强度的地震的烈度衰减是不同的.由此造成目前所用的烈度衰减关系对高震级在远场总是偏高.这个问题对于山区更为突出.在中国东部地区一个7.5级以上强震要波及半个中国,然而在川滇地区却仅限于相邻各省.目前所用的烈度衰减关系是不能反映这种差异的.

为了解决上述问题,本文提出了一种新方法——椭圆投影两步拟合法.

### 1. 椭圆投影法求采样点的长短轴半径

为了充分利用等震线,全方位地获得地震烈度信息,本文提出椭圆投影法.以 $(u, v)$ 表示等震线的采样点在数字化仪坐标系下的坐标,简称旧坐标.而以 $(x, y)$ 表示以该地震各条等震线的公共中心 $(u_0, v_0)$ 为原点,以等震线的长轴方向为 $x$ 轴、短轴方向为 $y$ 轴的坐标系下的坐标,简称新坐标.新旧坐标之间应有如下关系:

$$\begin{aligned} x &= (u - u_0) \cos \alpha + (v - v_0) \sin \alpha \\ y &= -(u - u_0) \sin \alpha + (v - v_0) \cos \alpha \end{aligned}$$

式中, $\alpha$ 是新旧坐标系的旋转角.当等震线的内外圈圆点和轴线明显有偏离时,一般以形状比较一致的几条等震线为准;对于特别不规则的等震线资料,则予以删除.

椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

令 $X = x^2$ ,  $Y = y^2$ ,  $b_0 = b^2$ ,  $b_1 = -\frac{b^2}{a^2}$ , 则有

$$Y = b_0 + b_1 X$$

利用回归分析就能求得各条等震线的拟合椭圆的长短轴半径( $a, b$ )和偏心率( $e$ )

$$a = \sqrt{-\frac{b_0}{b_1}} \quad b = \sqrt{b_0} \quad e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

\* 地震科学联合基金会资助项目,国家地震局地球物理研究所论著 92 A0057.

1991年10月21日收到本文初稿,1992年2月19日决定采用.

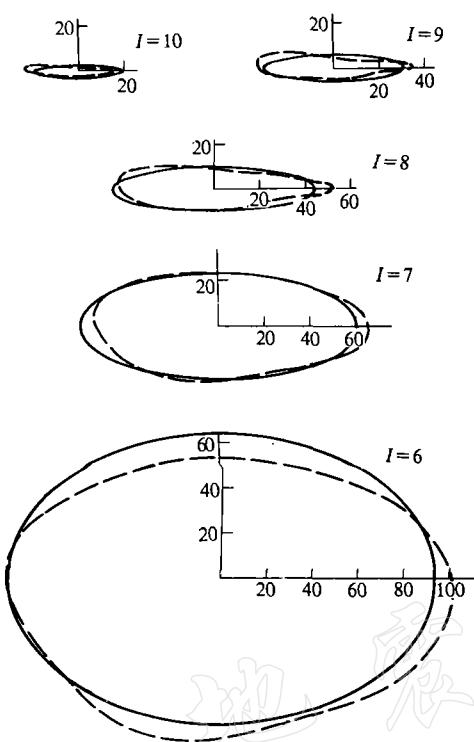


图 1 1973 年 2 月 6 日炉霍 7.7 级地震的等震线及相应的拟合椭圆.虚线为采样点;实线为拟合椭圆

烈度值,推导出一种新的回归方法——限头回归.

对于每一档的地震来说,衰减关系为(1)式.如果  $R=0$ ,则

$$I_c = b_0 + b_1 \ln(R_0)$$

本文称  $I_c$  为中心烈度,即  $R=0$  这一点的烈度,由此立即可以得出

$$b_0 = I_c - b_1 \ln(R_0) \quad (3)$$

将(3)式代入(1)式,则有

$$I - I_c = b_1 \ln\left(1 + \frac{R}{R_0}\right) \quad (4)$$

令  $y = I - I_c$ ,  $x = \ln\left(1 + \frac{R}{R_0}\right)$ , 则有

$$y = b_1 x$$

式中,  $b_1$  一般可由残差平方和最小线性回归求得.本文介绍一种更为合理的方法——距离平方和最小线性回归.推导如下:

从样本点到回归线  $y = b_1 x$  的距离为(见图 2)

$$d_i = (y_i - y) \cos \alpha = \frac{y_i - b_1 x_i}{\sqrt{1 + b_1^2}}$$

则

$$S = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - b_1 x_i)^2}{1 + b_1^2}$$

为了使  $S$  达到最小,  $b_1$  应该满足  $\frac{\partial S}{\partial b_1} = 0$ , 由此可以得出

$$\left[ \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] b_1^2 + \left[ \sum_{i=1}^n (x_i^2 - y_i^2) \right] b_1 - \left[ \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] = 0$$

因此

$$b_1^2 + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - y_i^2)}{\sum_{i=1}^n (x_i y_i)} b_1 - 1 = 0$$

令

$$\lambda = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - y_i^2) / \sum_{i=1}^n (x_i y_i)$$

则

$$b_1^2 + \lambda b_1 - 1 = 0$$

因此

$$b_1 = \frac{-\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 + 4}}{2}$$

因为  $I < I_c$ , 并且  $\ln(1 + \frac{R}{R_0}) > 0$ , 从(4)式可以得到  $b_1 < 0$

因此

$$b_1 = \frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 + 4}}{2}$$

将  $b_1$  代入(3)式, 就可以求得  $b_0$ .

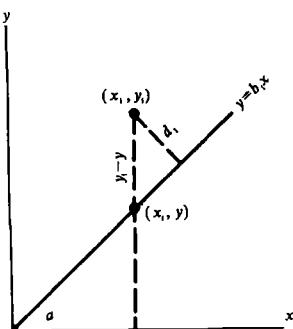


图2 距离平方和最小线性回归示意图

#### 4. 求中心烈度

用中国云南和四川省的 460 次地震的资料(顾功叙主编, 1983; 闵子群等, 1983), 求得震中烈度  $I_0$  对震级  $M$  的回归方程为

$$I_0 = -1.4939 + 1.5199 M$$

$$\sigma = 0.2889$$

根据经验我们认为  $I_c = I_0 + 0.5$ , 因此  $I_c = -1.4939 + 1.5911 M + 0.5$ .

#### 5. 川滇地区的烈度衰减关系

本文共采用了 108 次地震的等震线. 首先对全部资料采用公式(1)进行分档拟合. 结果表明,  $b_0$  和  $b_1$  与震级之间没有明显的线性关系. 因此, 这种将全部资料拿来一揽子拟合的做法是不合适的. 通过分析对比, 将川滇地区按地区和衰减情况分成 5 个地震带区: 通海-甘孜和四川省西南部; 腾冲-澜沧及昭通; 四川省东北部; 云南省西北部; 普洱. 前两个带区取得了比较满意的结果(图 3), 计算的中间结果列于表 1 和表 2. 图 4 展示了一区各档拟合的情况. 其它几个带区由于  $b_0$  和  $b_1$  明显不是震级的线性函数而得不到合理的衰减关系. 然而对比表明, 它们是符合 1 区的衰减关系的. 因此我们得到:

(1) 腾冲、澜沧及昭通地区的烈度衰减关系为

$$I_a = 1.6734 + 2.8742M - (0.8285 + 0.4207M) \cdot \ln(R + 25)$$

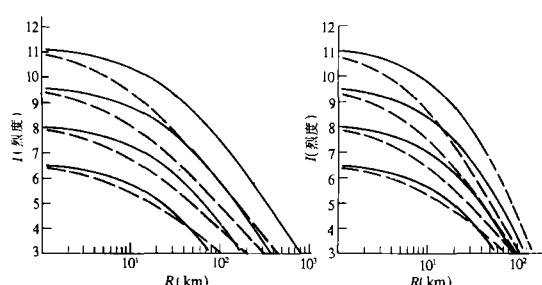


图3 烈度衰减曲线( $M = 5-8$ )  
左边为1区；右边为2区；实线为长轴，虚线为短轴

$$I_b = -2.9610 + 2.4801M + (1.0108 - 0.4934M)\ln(R+7)$$

$$\sigma_a = 0.8563 \quad \sigma_b = 0.6672$$

(2) 其它地区的衰减关系为

$$I_a = 8.3681 + 1.2900M - (2.9086 - 0.0714M)\ln(R+25)$$

$$I_b = -0.6215 + 1.9528M - (0.1915 + 0.2224M)\ln(R+7)$$

$$\sigma_{a1} = 0.6764 \quad \sigma_{b1} = 0.5365$$

$$\sigma_{a3} = 0.6124 \quad \sigma_{b3} = 0.6268$$

$$\sigma_{a4} = 0.8754 \quad \sigma_{b4} = 0.7696$$

$$\sigma_{a5} = 0.6120 \quad \sigma_{b5} = 0.5307$$

可以证明在  $R=0$  处,  $I_a = I_b$ . 该衰减关系与所用资料的吻合程度比传统做法好.

表 1 1 区第一步拟合的结果

档次	No	时间	$M_s$	地 点	中心震级	样本点数	长 轴	短 轴
1 (7.6-8.0)	1	1833.09.06	8.0	嵩明杨林	7.8	1518	$b_0: 18.9585$	14.6773
	2	1786.06.01	7.8	康定、泸定			$b_1: -2.5155$	
	3	1970.01.05	7.7	通海				-1.9610
	4	1973.02.06	7.6	炉霍				
2 (7.3-7.5)	5	1850.09.12	7.5	西昌普格间	7.4	1850	$b_0: 17.3050$	13.9117
	6	1870.04.11	7.5	巴塘			$b_1: -2.1907$	
	7	1955.04.14	7.5	康定折多塘				
	8	1893.08.29	7.3	道孚乾宁				
	9	1923.03.24	7.3	炉霍道孚间				
	10	1948.05.25	7.3	理塘				
3 (6.8-7.0)	11	1913.12.21	7.0	峨山	6.9	953	$b_0: 17.3317$	12.8483
	12	1981.01.24	6.9	道孚附近			$b_1: -2.4351$	
	13	1952.09.30	6.8	冕宁石龙				
	14	1967.08.30	6.8	炉霍朱倭				
4 (6.3-6.5)	15	1966.02.05	6.5	东川	6.4	534	$b_0: 16.0556$	11.5726
	16	1985.04.18	6.3	禄劝			$b_1: -2.2748$	
5 (5.8-6.0)	17	1913.08	6.0	冕宁小盐井	5.9	808	$b_0: 16.7859$	10.8965
	18	1930.05.15	6.0	巧家新塘湾			$b_1: -2.7377$	
	19	1941.06.12	6.0	康定金汤				
	20	1982.06.16	6.0	甘孜西北				
	21	1950.09.13	5.8	建水开远				
	22	1972.09.27	5.8	康定塔公				
	23	1973.09.09	5.8	甘孜生康				
	24	1918.08.14	5.5	巧家				
6 (5.0-5.5)	25	1972.01.23	5.5	石屏红河间	5.3	894	$b_0: 14.9854$	9.8887
	26	1985.09.02	5.3	建水西南			$b_1: -2.4617$	
	27	1975.07.09	5.2	建水岔科				
	28	1989.06.09	5.2	石棉				
	29	1965.05.24	5.0	峨山东南				

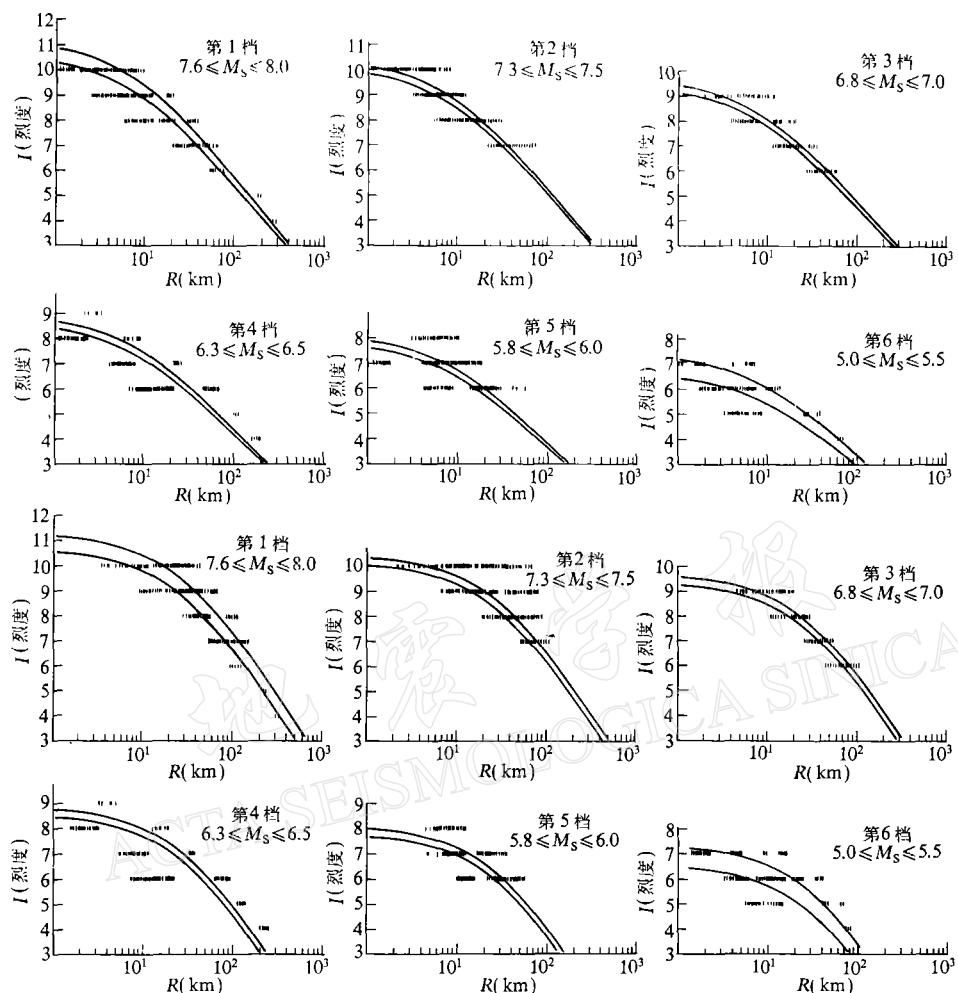
图4 1区实际资料与衰减关系对比图( $M = \text{各档中的最大和最小震级}$ )

表2 2区第一步拟合的结果

档次	No	时间	$M_s$	地 点	中心震级	样本点数	长 轴	短 轴
(7.0—7.3)	1	1976.05.29	7.3	龙陵平达朝阳	7.15	1100	$b_0 : 22.2117$	14.7873
	2	1988.11.06	7.2	澜沧				
	3	1974.05.11	7.1	大关北				
	4	1941.05.16	7.0	耿马大寨				
	5	1941.12.26	7.0	勐海西北				
(6.5—6.8)	6	1917.07.31	6.8	大关吉利铺	6.65	573	$b_0 : 20.8026$	13.5107
	7	1976.07.21	6.6	腾冲团田乡				
	8	1952.06.19	6.5	澜沧募乃间				
	9	1976.05.31	6.5	潞西大香树				
(5.0—5.4)	10	1966.09.19	5.4	瑞丽				
	11	1970.07.31	5.4	雷波沙陀				
	12	1973.08.02	5.2	彝良牛街东				
	13	1975.03.08	5.2	盐津普耳渡西				

续表 2

档次	No	时 间	$M_s$	地 点	中心震级	样本点数	长 轴	短 轴
3 (5.0—5.4)	14	1966.10.11	5.1	永善	5.2	1254	$b_0 : 16.6149$	9.9409
	15	1973.06.02	5.1	腾冲龙陵间			$b_1 : -3.0151$	-1.5578
	16	1973.04.22	5.0	彝良东				
	17	1954.10.24	5.0	自贡				
	18	1985.03.29	5.0	自贡				

本项工作得到胡聿贤先生的指导,金严提供了资料和与采样有关的程序,时振梁和张少泉对初稿提出了宝贵的意见,在此一并表示衷心感谢.

### 参 考 文 献

- 顾功叙主编,1983. 中国地震目录(公元 1970—1979),257—277. 地震出版社,北京.  
 国家地震烈度区划编图组,1979. 中国地震等烈度线图集. 地震出版社,北京.  
 闵子群、沈斯伟,1983. 886—1981 年云南地区  $\geq 4.7$  地震目录. 地震研究, 6, 699—711.  
 谢毓寿主编,1983. 中国地震历史资料汇编,567—777. 科学出版社,北京.